Дальневосточный математический журнал. 2018. Т. 18. № 1. С. 9–17

УДК 512.76 + 514.563.52
MSC2010 14E07 + 58A20

© П. В. Бибиков[1]

О подгруппах бирациональных контактных отображений и гипотезе Клейна – Келлера

В работе предлагается новый, основанный на понятии симплектизации, подход к доказательству гипотезы Клейна–Келлера о структуре группы бирациональных контактных отображений пространства 1-джетов.

Ключевые слова: *контактные отображения, бирациональные отображения, группа Кремоны, пространство джетов, точечные преобразования.*

1. Введение

Герман Вейль сказал: «За душу каждого математика борются ангел чистой геометрии и дьявол абстрактной алгебры». Однако существуют задачи, в которых они выступают сообща. Подобные задачи, соединяющие в себе такие, казалось бы, различные разделы математики, всегда представляют особый интерес, поскольку именно благодаря таким задачам удается находить новые методы и новые взаимосвязи между различными областями науки.

Первой работой, в которой были соединены методы алгебры и геометрической теории дифференциальных уравнений, можно считать работу В. В. Лычагина и Б. С. Кругликова [1], в которой доказана так называемая глобальная теорема Ли–Трессе о конечной порожденности поля дифференциальных инвариантов. Далее в работах [2–6] автор совместно с В.В. Лычагиным использовал методы дифференциальных инвариантов и методы геометрической теории дифференциальных уравнений для решения классической алгебраической задачи описания орбит действия полупростых групп в их рациональных представлениях. В работах [7–9] автором совместно с А. И. Малаховым были применены методы алгебраической геометрии для глобальной классификации дифференциальных уравнений. Пример использования алгебры для решения задачи из дифференциальной геометрии можно встретить в работе Е. В. Ферапонтовым, М. В. Павловым и Р. Ф. Витоло [10]); они свели классификацию гамильтоновых операторов третьего порядка дифференциально-геометрического типа к классификации орбит действия проективной группы на

[1] Институт проблем управления РАН, 117997, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65. Электронная почта: tsdtp4u@proc.ru

грассманианах. Последняя недавно была получена Л. Ю. Галицким и Д. А. Тимашевым в контексте описания метаабелевых алгебр Ли (см. [11]).

Данная статья продолжает этот ряд работ, посвященных неожиданным связям между алгеброй и геометрией. В ней исследуются бирациональные контактные отображения пространства 1-джетов J^1. Мы описываем две естественные подгруппы таких отображений и доказываем для одной из них гипотезу Картана–Келлера о структуре группы всех таких отображений.

2. Необходимые обозначения и определения

Перед тем как переходить к изучению бирациональных контактных отображений, мы рассмотрим один интересный пример задачи, в которой соединяются алгебра и геометрия. Также мы введем понятия, которые будут необходимы в дальнейшем.

Пусть $y' = F(x,y)$ — обыкновенное дифференциальное уравнение на неизвестную функцию $y\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ с гладкой правой частью F. Еще Исаак Ньютон сказал: «Полезно решать дифференциальные уравнения». Однако выяснилось, что далеко не каждое дифференциальное уравнение (даже первого порядка) может быть «решено» (т.е. проинтегрировано в квадратурах). Например, Лиувилль доказал, что уравнение $y' = y^2 - x$ не допускает решений в квадратурах. Поэтому нужно было найти какой-то иной способ изучать дифференциальные уравнения. Такой подход был предложен С. Ли, который сказал: «Полезно классифицировать дифференциальные уравнения».

Обычно классификация дифференциальных уравнений проводится относительно двух групп: точечной или контактной.

2.1. Пространство джетов

Напомним, что 1-джетом функции f в точке a называется класс эквивалентности функций $[f]_a^1$, графики которых касаются в точке a. Множество всех 1-джетов всевозможных функций называется пространством 1-джетов и обозначается через J^1. На этом пространстве можно ввести координаты (x,y,p), где

$$x([f]_a^1) = a, \quad y([f]_a^1) = f(a), \quad p([f]_a^1) = f'(a).$$

Важным обстоятельством в геометрической теории дифференциальных уравнений является наличие контактной структуры в пространстве 1-джетов J^1. Рассмотрим в трехмерном касательном пространстве $T_\theta J^1$ (где $\theta\in J^1$) двумерную плоскость $\mathcal{C}_\theta$, аннулирующую 1-форму $\varkappa_\theta$, где $\varkappa := dy - p\,dx$ — форма Картана. Тогда распределение $\mathcal{C}\colon \theta\mapsto\mathcal{C}_\theta$ называется *распределением Картана*. Его максимальными интегральными многообразиями являются 1-графики функций $L_f^1 = \{(a, f(a), f'(a))\}$.

Это обстоятельство является ключевым при определении групп преобразований дифференциальных уравнений. А именно, естественно рассматривать только те преобразования, которые переводят решения дифференциальных уравнений в решения образов этих уравнений. Это условие эквивалентно сохранению распределения

Картана $\mathcal{C}$. Преобразования, сохраняющие распределение Картана, называются *контактными*. В следующих двух разделах мы опишем две наиболее часто встречающиеся группы таких преобразований.

2.2. Точечные преобразования

Рассмотрим гладкое преобразование плоскости (x,y): $x \mapsto X = X(x,y)$, $y \mapsto Y = Y(x,y)$. Каждое такое преобразование поднимается до контактного преобразования пространства 1-джетов с помощью следующего преобразования координаты p: $p \mapsto (Y_x + Y_y p)/(X_x + X_y p)$. Такие преобразования называются *точечными*.

2.3. Контактные преобразования

Существуют и неточечные контактные преобразования. Важным примером являются *преобразования Лежандра*, которые имеют следующий вид:

$$x \mapsto Ap, \quad y \mapsto AB(px - y), \quad p \mapsto Bx.$$

Замечание 1. Вообще говоря, можно описать все контактные преобразования. Удобно сделать это в инфинитезимальной форме, т.е. в терминах алгебры Ли векторных полей, однопараметрические группы сдвигов вдоль которых состоят из контактных преобразований. Тогда для каждой функции h на пространстве 1-джетов J^1 векторное поле

$$X_h = -h_p \frac{\partial}{\partial x} + (h - ph_p)\frac{\partial}{\partial y} + (h_x + ph_y)\frac{\partial}{\partial p}$$

является контактным, и любое контактное векторное поле имеет такой вид. Кроме того, $\varkappa(X_h) = h$.

Вернемся к дифференциальным уравнениям вида $y' = F(x,y)$. С. Ли показал (см., например, [12]), что каждое дифференциальное уравнение первого порядка в окрестности неособого 1=джета точечно эквивалентно тривиальному уравнению $y' = 0$. Отметим, что классификация уравнений старших порядков устроена гораздо сложнее (см., например, [13]).

Теперь рассмотрим алгебраический аналог этой задачи. Перейдем в поле комплексных чисел $\mathbb{C}$, будем рассматривать уравнения вида $y' = F(x,y)$ с *рациональной* правой частью, а вместо произвольных диффеоморфизмов плоскости (x,y) будем рассматривать только бирациональные. Группа всех бирациональных отображений плоскости $\mathbb{C}^2$ называется *группой Кремоны* и обозначается через $\mathrm{Cr}(2)$. Возникает следующая задача: *классифицировать уравнения вида $y' = F(x,y)$ с рациональными правыми частями относительно действия группы Кремоны* $\mathrm{Cr}(2)$.

По всей видимости, эта задача является новой и раньше не рассматривалась. Интерес к этой задаче подогревает и то обстоятельство, что, в отличие от гладкого случая, здесь классификация *нетривиальна*. В частности, уравнения $y' = x$ и $y' = y$ неэквивалентны относительно действия группы Кремоны, поскольку решениями первого уравнения являются алгебраические кривые, а решениями второго — трансцендентные. С другой стороны, уравнения $y'=1/x$ и $y'=y$ эквивалентны: достаточно применить преобразование $(x,y)\mapsto(y,x)$.

Задача классификации уравнений $y'=F(x,y)$ относительно действия группы Кремоны $\mathrm{Cr}(2)$ представляет значительный интерес как для теории дифференциальных уравнений, так и для алгебраической геометрии. К сожалению, эта задача на данный момент еще очень далека от полного решения.

3. Бирациональные контактные отображения

Сформулируем задачу, изучению которой посвящена данная работа. В предыдущем разделе мы описали все контактные преобразования пространства 1-джетов. Теперь рассмотрим алгебраический вариант этой проблемы. А именно, выберем в качестве основного поля поле комплексных чисел $\mathbb{C}$ и будем рассматривать не произвольные контактные преобразования, а лишь бирациональные отображения, т.е. отображения, заданные рациональными функциями, обратные к которым (на своей области определения) также задаются рациональными функциями. Множество таких преобразований образует группу Кремоны $\mathrm{Cr}(3)$. Возникает естественный вопрос: *как устроена группа* $\mathrm{Cr}_{\mathrm{cont}}(3)$ *бирациональных контактных преобразований*?

Ясно, что группа бирациональных точечных преобразований $\mathrm{Cr}(2)$ и преобразования Лежандра содержатся в $\mathrm{Cr}_{\mathrm{cont}}(3)$. Существует следующая гипотеза, принадлежащая по разным версиям Клейну или Келлеру (см. [14, 15]).

Гипотеза. *Группа* $\mathrm{Cr}_{\mathrm{cont}}(3)$ *бирациональных контактных преобразований пространства 1-джетов* J^1 *порождается* $\mathrm{Cr}(2)$ *и преобразованиями Лежандра.*

В пользу справедливости этой гипотезы говорит теорема М. Гизатуллина (см. [16]), утверждающая, что полиномиальные контактные преобразования пространства 1-джетов действительно порождаются полиномиальными преобразованиями плоскости (x,y) и преобразованиями Лежандра.

Один из естественных путей к доказательству гипотезы Картана – Келлера заключается в следующем. Рассмотрим бирациональное контактное отображение координат x, y. С точностью до преобразования Лежандра оно является бирациональным отображением плоскости (x,y) над полем $\mathbb{C}(p)$ рациональных функций от переменной p. Образующие группы таких отображений известны (см., например, [17]). Поэтому если удастся доказать, что все эти образующие представимы в виде композиции точечных отображений и преобразований Лежандра, гипотеза Картана – Келлера будет доказана.

В данной работе мы делаем первой шаг на этом пути. А именно, мы описываем две группы контактных бирациональных отображений. Первая группа состоит из отображений, которые действуют на плоскости (x,y) как аффинная группа с коэффициентами из поля $\mathbb{C}(p)$ (такую группу мы будем называть *аффинной p-группой*, а ее элементы — аффинными p-отображениями), а вторая — из отображений, которые сохраняют переменную p (эту группу будем называть послойной p-группой).

3.1. Аффинная p-группа

В этом разделе мы опишем структуру аффинной p-группы и докажем для нее гипотезу Клейна – Келлера.

Теорема 1. *1. Каждое аффинное p-отображение имеет вид $L \circ \Phi \circ L$, где L — преобразование Лежандра $(x, y, p) \mapsto (p, px - y, x)$, а Φ — точечное отображение вида*

$$x \mapsto \frac{ax + b}{cx + d}, \quad y \mapsto A(x)y + B(x).$$

2. Аффинная p-группа состоит из отображений вида

$$\begin{aligned}
&x \mapsto (cp + d)^2\big[(A(p) + pA'(p))x - A'(p)y + B'(p)\big],\\
&y \mapsto \big[(A(p) + pA'(p))(ap + b)(cp + d) - pA(p)\big]x + \big[A(p) - A'(p)(ap + b)(cp + d)\big]y+\\
&\quad + \big[(ap + b)(cp + d)B'(p) - B(p)\big],\\
&p \mapsto \frac{ap + b}{cp + d},
\end{aligned}$$

где a, b, c, $d \in \mathbb{C}$ — константы, такие, что $ad - bc = 1$, и A, $B \in \mathbb{C}(p)$ — рациональные функции.

Доказательство. Рассмотрим произвольное аффинное p-отображение F, переводящее x в $X = X(x, y, p)$, y в $Y = Y(x, y, p)$ и p в $P = P(x, y, p)$. Из контактности F следует, что $dY - PdX = h \cdot (dy - pdx)$, где h — ненулевая гладкая функция на J^1. Из этого условия получаем, что

$$P = \frac{Y_x + Y_y p}{X_x + X_y p}.$$

Поскольку функции X и Y аффинны по переменным x и y, то функция P не зависит от x и y: $p \mapsto P(p)$. Т.к. преобразование $p \mapsto P(p)$ бирационально, то $P(p) = (ap + b)/(cp + d)$ — дробно-линейное преобразование (см., например, [17]).

Далее, рассмотрим композицию $L \circ F$, где L — преобразование Лежандра. Применяя слева подходящее точечное отображение, можно получить отображение вида $x \mapsto p$, $y \mapsto \lambda(p)x - y$, $p \mapsto \widetilde{P}(x, y, p)$. Опять используя условие контактности, находим $\lambda(p) = p$ и $\widetilde{P}(x, y, p) = x$. Повторно применяя преобразование Лежандра, получаем тождественное преобразование. Тем самым п.1 теоремы доказан.

П.2 сразу следует из п.1. $\square$

Отметим, что ключевым в приведенном доказательстве является соображение о сохранении слоя с координатой p. Оказывается, существуют бирациональные контактные отображения, не являющиеся аффинными p-отображениями и сохраняющие слой с координатой p. Примером такого отображения служит послойное p-отображение

$$x \mapsto -\frac{x}{(px - y)^2}, \quad y \mapsto \frac{y - 2px}{(px - y)^2}, \quad p \mapsto p. \tag{1}$$

С другой стороны, если рассмотреть бирациональное контактное отображение, которое на базе x, y действует проективно, то оно, вообще говоря, не сохраняет слой, как показывает пример

$$x \mapsto \frac{1}{x+y}, \quad y \mapsto \frac{y}{x+y}, \quad p \mapsto \frac{y-px}{p+1}.$$

Таким образом, существенной проблемой в изучении бирациональных контактных отображений является «неинформативность» преобразования координаты слоя p: зная, как преобразуется слой, трудно что-либо сказать о преобразовании базы. Однако есть способ эту информацию получить. Для этого нам потребуется понятие так называемой симплектизации контактного пространства 1-джетов J^1.

Напомним (см. [18]), что симплектизация $\mathrm{Symp}(J^1)$ — это симплектическое пространство, элементами которого являются 1-формы $\lambda\varkappa_\theta$. Существует естественная проекция $\pi\colon \mathrm{Symp}(J^1) \to J^1$, $\lambda\varkappa_\theta \mapsto \theta$. Координатами на $\mathrm{Symp}(J^1)$ являются функции (q_1,q_2,p_1,p_2), где $q_1 := x$, $q_2 := y$, $p_1 := -\lambda p$ и $p_2 := \lambda$. В этих координатах симплектическая структура на пространстве $\mathrm{Symp}(J^1)$ задается канонической 1-формой Лиувилля $\omega := p_1 dq_1 + p_2 dq_2$ (точнее говоря, ее дифференциалом $d\omega$).

С помощью симплектизации $\mathrm{Symp}(J^1)$ можно дать другое описание аффинных p-отображений контактного пространства J^1.

Теорема 2. *Каждое бирациональное отображение координат p_1, p_2, однородное степени 1 и не зависящее от координат q_1, q_2, может быть продолжено до симплектического отображения пространства $\mathrm{Symp}(J^1)$, аффинного по координатам q_1, q_2. Это отображение пространства $\mathrm{Symp}(J^1)$ проектируется на аффинное p-отображение пространства 1-джетов J^1, причем каждое аффинное p-отображение может быть получено таким образом.*

Замечание 2. Несложно описать все бирациональные отображения координат (p_1, p_2). Согласно условиям, налагаемым на эти отображения, а также теореме Нетера (см., например, [19]), такие отображения порождаются линейными преобразованиями и инволюцией $\tau\colon (p_1,p_2) \to (p_1^{-1}, p_2^{-1})$, примененной четное число раз.

Таким образом, можно установить взаимно-однозначное соответствие между аффинными p-отображениями и послойными бирациональными симплектоморфизмами пространства $\mathrm{Symp}(J^1)$, однородными степени 1 по слоям.

Доказательство. Для доказательства этой теоремы необходимо воспользоваться следующим известным фактом (см. [18, 20]): симплектоморфизм пространства $\mathrm{Symp}(J^1)$, сохраняющий каноническую 1-форму ω и однородный степени 1 по координатам слоя, индуцирует единственное контактное отображение пространства 1-джетов J^1. Поэтому достаточно показать, что бирациональное отображение координат (p_1, p_2) может быть продолжено до симплектоморфизма, аффинного на базе (q_1, q_2). Это можно сделать прямым вычислением, воспользовавшись замечанием 2 и указав явно преобразования координат q_1, q_2, соответствующих образующим бирациональным отображениям координат (p_1, p_2). Например, для отображения

$$p_1 \mapsto -\frac{p_1^2 - p_2^2}{p_2}, \quad p_2 \mapsto \frac{p_1^2 - p_2^2}{p_1}$$

преобразования координат q_1, q_2 выглядят так:

$$q_1 \mapsto \frac{p_2^2}{(p_1^2 - p_2^2)^2} \cdot \bigl(2p_1p_2q_1 + (p_1^2 + p_2^2)q_2\bigr) + F(p_2/p_1),$$
$$q_2 \mapsto \frac{p_1^2}{(p_1^2 - p_2^2)^2} \cdot \bigl((p_1^2 + p_2^2)q_1 + 2p_1p_2q_2\bigr) + \int \frac{F'(p_2/p_1)}{p_1}\, dp_1.$$

Разумеется, функция F является рациональной и такой, что интеграл также рационален. □

Замечание 3. Отметим, что понятие симплектизации позволяет дать гораздо более простое и ясное описание аффинных точечных преобразований, нежели громоздкие формулы из теоремы 1.

3.2. Послойная p-группа

В этом разделе мы приведем описание контактных рациональных отображений, сохраняющих координату p.

Теорема 3. *Любое послойное p-отображение имеет вид*

$$x \mapsto F_1 \cdot x - F_2, \quad y \mapsto F_1 \cdot px - F_2 \cdot p + F, \quad p \mapsto p,$$

где $F = F(y - px, p)$ — некоторая (не произвольная) рациональная функция, такая, что $F_1 \not\equiv 0$, и F_1, F_2 — частные производные функции F по первому и второму аргументу соответственно.

Доказательство. Как и в теореме 2, нам будет удобнее воспользоваться описанием указанных отображений в терминах симплектизации $\mathrm{Symp}(J^1)$. Рассмотрим симплектическое отображение $(q_1, q_2, p_1, p_2) \mapsto (Q_1, Q_2, P_1, P_2)$, являющееся симплектизацией послойного p-отображения. Поскольку $p = -p_1/p_2$, то

$$P_i = \mu(q_1, q_2, p_1, p_2)p_i,$$

где μ — рациональная функция, однородная степени 0 по переменным p_1, p_2.

Замечание 4. Если функция μ не зависит от координат q_1, q_2, то получаются в точности отображения из теоремы 2. Однако существуют такие функции μ, которые нетривиально зависят от всех координат и приводят к отображениям, отличным от аффинных p-отображений. Например, отображению (1) соответствует функция $\mu(q_1, q_2, p_1, p_2) = (q_1p_1 + q_2p_2)^2/p_2^2$.

Записывая условие сохранения канонической 1-формы ω, получаем следующие соотношения на функции Q_i:

$$\mu \cdot (p_1 Q_{1q_i} + p_2 Q_{2q_i}) = p_i.$$

Дифференцируя первое равенство по q_2, а второе по q_1 и приравнивая смешанные производные $Q_{iq_1q_2}$, получаем следующее соотношение на функцию μ: $\bigl(p_1/\mu\bigr)_{q_1} = \bigl(p_2/\mu\bigr)_{q_2}$. Решая это уравнение, получаем $\mu = \mu((p_1q_1 + p_2q_2)/p_2, p_1/p_2)$.

Интегрируя уравнения на Q_i, получаем

$$\frac{p_1 Q_1}{p_2} + Q_2 = \int \frac{p_1}{p_2 \mu} dq_1 = F\Big(\frac{p_1 q_1 + p_2 q_2}{p_2}, \frac{p_1}{p_2}\Big).$$

Теперь вернемся к переменным x, y, p. Последнее равенство можно переписать в виде

$$Y - pX = F(y - px, p).$$

Выражая из этого равенства функцию Y и записывая условие сохранения контактной 1-формы Картана $\varkappa$, окончательно находим

$$X = F_1 \cdot x - F_2, \quad Y \mapsto F_1 \cdot px - F_2 \cdot p + F,$$

что и требовалось доказать. □

Автор выражает глубокую благодарность М. Гизатуллину, обратившему его внимание на гипотезу Клейна – Келлера и познакомившего его со статьей [16].

Список литературы

[1] B. Kriglikov, V. Lychagin, “Global Lie-Tresse theorem”, *Selecta Mathematica, New Series*, **22**:3, (2016), 1357–1411.

[2] P. Bibikov, V. Lychagin, “$\mathrm{GL}_2(\mathbb{C})$-orbits of binary rational forms”, *Lobachevskii Journal of Mathematics*, **32**:1, (2011), 95–102.

[3] П. В. Бибиков, В. В. Лычагин, “$\mathrm{GL}_3(\mathbb{C})$-орбиты рациональных тернарных форм”, *ДАН*, **438**:4, (2011), 295–297.

[4] П. Бибиков, В. Лычагин, “Классификация линейных действий алгебраических групп на пространствах однородных форм”, *ДАН*, **442**:6, (2012), 732–735.

[5] P. Bibikov, V. Lychagin, “On differential invariants of actions of semisimple Lie groups”, *J. Geometry and Physics*, 2014, No 85, 99–105.

[6] P. Bibikov, V. Lychagin, “Differential Contra Algebraic Invariants: Applications to Classical Algebraic Problems”, *Lobachevskii Journal of Mathematics*, **37**:1, (2016), 36–49.

[7] П. Бибиков, “Задача Ли и дифференциальные инварианты ОДУ вида $y'' = F(x, y)$”, *Функциональный анализ и его приложения*, **51**:4, (2017).

[8] P. Bibikov, “Generalized Lie Problem and Differential Invariants for the Third Order ODEs”, *Lobachevskii Journal of Mathematics*, **38**:4, (2017), 622–629.

[9] P. Bibikov, A. Malakhov, “On Lie problem and differential invariants for the subgroup of the plane Cremona group”, *Journal of Geometry and Physics*, 2017, № 121, 72–82.

[10] E. Ferapontov, M. Pavlov, R. Vitolo, “Towards the Classification of Homogeneous Third-Order Hamiltonian Operators”, *International Mathematics Research Notices*, **2016**:22, (2016), 6829-6855.

[11] Yu. Galitski, D. Timashev, “On classification of metabelian Lie algebras”, *Journal of Lie Theory*, **9**:1, (1999), 125–156.

[12] Д. Алексеевский, А. Виноградов, В. Лычагин, “Основные идеи и понятия дифференциальной геометрии”, *Геометрия – 1*, Итоги науки и техн. Сер. Соврем. пробл. мат. Фундам. направления, **28**, ВИНИТИ, М., 1988, 5–289.

[13] P. Bibikov, “Differential Invariants and Contact Classification of Ordinary Differential Equations”, *Lobachevskii Journal of Mathematics*, **36**:3, (2015), 245–249.

[14] F. Klein, *Vorlesungen über höhere Geometrie*, Springer, Berlin, 1926.

[15] O. Keller, “Zur Theorie der ebenen Berührungstransformationen I”, *Math. Ann.*, **120**, (1947), 650–675.

[16] M. Gizatullin, “Klein's conjecture for contact automorphisms of the three-dimensional affine space”, *Michigan Math. J.*, 2008, No 58, 89–98.

[17] В. Исковских, “Образующие в двумерной группе Кремоны над незамкнутым полем”, *Теория чисел, алгебра, математический анализ и их приложения*, Сб. ст. Посвящается 100-летию со дня рождения Ивана Матвеевича Виноградова, Тр. МИАН, **200**, Наука, М., 1991, 157–170.

[18] В. Арнольд, *Математические методы в классической механике*, Наука, М., 1989.

[19] V. Popov, “Algebraic groups and the Cremona group”, *Oberwolfach Reports*, **10**:2, (2013), 1053–1055.

[20] P. Bibikov, “On symplectization of 1-jet space and differential invariants of point pseudogroup”, *J. Geometry and Physics*, 2014, No 85, 81–87.

Поступила в редакцию
16 октября 2017 г.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-31-60018 мол_а_дк).

Bibikov P. V. On the subgroups of birational contact maps and the Kartan–Keller's conjecture. *Far Eastern Mathematical Journal.* 2018. V. 18. No 1. P. 9–17.

ABSTRACT

In the present paper the new approach to description of contact birational maps of 1-jet space is suggested. This approach is based on the notion of symplectization of the 1-jet space.

Key words: *contact maps, birational maps, Cremona group, jet space, point transformations.*