

УДК 334.7.01+51-77+519.83
MSC2010 91A10 + 91A40 + 91B24

© М. А. Настыч¹

Сильное равновесие по Нэшу в олигополиях с конкуренцией по объему и по цене

Данная статья исследует вопрос существования сильного равновесия по Нэшу в рамках моделей олигополии с конкуренцией по объему и по цене с гладкими функциями общего вида для рыночного спроса и издержек фирм как достаточного условия отсутствия у фирм стимулов к образованию сговоров или слияний. Концепция сильного равновесия по Нэшу, в отличие от концепции равновесия по Нэшу, учитывает возможность совместного отклонения игроков, что интуитивно обосновывает ее применение к анализу прибыльности образования коалиций фирм. В статье сформулированы необходимые и достаточные условия существования сильного равновесия по Нэшу в условиях существования в модели равновесия по Нэшу в модели с конкуренцией по объему. Так, равновесие по Нэшу в олигополии с конкуренцией по объемам производства является сильным тогда и только тогда, когда оно является седловой точкой функции спроса или, эквивалентно, когда оно является конкурентным равновесием. Также в работе получен результат об отсутствии сильного равновесия по Нэшу в моделях конкуренции по цене. Специфичность полученных условий дает основание предполагать, что в большинстве случаев у фирм есть стимулы к образованию коалиций. Данное обстоятельство объясняет рост количества международных сделок слияний и поглощений, несмотря на широко известную статистику, говорящую о том, что большая часть из них является неудачной.

Ключевые слова: *некооперативная игра, сильное равновесие по Нэшу, Курно, Бертран, конкуренция по объемам производства, конкуренция по цене.*

Введение

В статье исследуется вопрос о прибыльности образования коалиций фирм в отраслях с конкуренцией по объему производства и по цене. Как хорошо известно, основным стимулом коалиционного поведения фирм является рыночная власть, подразумевающая наличие положительного спроса при поднятии цены выше значения предельных затрат на рынках несовершенной конкуренции.

¹ Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, 194100, г. Санкт-Петербург, ул. Кантемировская, 3А корпус 1. Электронная почта: manastych@hse.ru

Коалиционное поведение фирм может проявляться в виде различного рода объединений, сговоров, слияний и поглощений. В случае сговора фирмы назначают объемы производства или цены с учетом интересов всех участников данного сговора. В соответствии с российским законодательством слиянием фирм признается создание новой фирмы с передачей ей всех прав и обязанностей двух или нескольких фирм и прекращением последних, а поглощением фирм признается прекращение одной или нескольких фирм с передачей всех прав и обязанностей другой фирме. Во всех случаях коалиционного поведения фирм происходит формальное или неформальное усиление концентрации отрасли, и, как результат, рыночная власть возрастает. Этим объясняется и то, что, например, монополистическая конкуренция (Neary, 2007, [1]), как и предположение о континууме производителей (Shitovitz, 1973, [2]), оказываются неспособной объяснить феномен слияния фирм.

Наиболее интересные результаты в данной предметной области были получены в рамках моделей олигополии в различных постановках. В статье рассматривается базовая модель олигополии с конкуренцией по объемам производства, предложенная впервые Курно (Cournot, 1838, [3]). Выгодность слияния фирм принято устанавливать за счет сопоставления в условиях равновесия по Нэшу прибыли объединенной фирмы с суммой прибылей фирм — участников сговора до объединения. Так, в работе (Farrel, Shapiro, 1990, [4]) авторы приводят условия выгодности слияния и его последствий для фирм-аутсайдеров. В работе (Peggy, Porter, 1985, [5]) авторы исследуют стимулы горизонтального слияния и приходят к выводу о том, что участие в картеле или в слиянии часто является неэффективным для фирм, максимизирующих прибыль. Причем фирмы-аутсайдеры всегда получают выгоду от слияния за счет усиления концентрации отрасли. Авторы статьи (Salant et al., 1983, [6]) оценивают потери от слияния с помощью сравнительной статистики. Таким образом, лишь при специфических условиях в олигополии могут существовать взаимно выгодные стимулы к кооперативному поведению фирм. При этом даже при выгодности слияния еще более выгодной оказывается позиция фирмы-аутайдера, а именно, в большинстве моделей есть стимулы поодиночке отклоняться от кооперативного соглашения.

В то же время, концепция равновесия по Нэшу не учитывает возможности совместного отклонения игроков и, как результат, не является в этом смысле устойчивой. Мы видим, что даже при выгодности слияния еще более выгодной оказывается позиция фирмы-аутайдера. Устойчивость к совместным отклонениям обеспечивает концепция сильного равновесия по Нэшу (СРН), определяемая как профиль стратегий, для которого не существует такого подмножества игроков, что их совместное отклонение при неизменности равновесных стратегий остальных игроков было бы строго более выгодным для них (Aumann, 1959, [7]). Иными словами, существование СРН является достаточным условием невыгодности слияния фирм. Отметим также, что недостатком здесь является то, что СРН предполагает независимость функции прибыли от структуры рынка, что делает невозможным рассмотрение оптимизации затрат при объединении фирм.

Несмотря на интуитивную применимость концепции СРН к исследованию слияний фирм, мало исследований было посвящено данной предметной области. В статье (Bernheim, Whinston, 1987, [8]) было приведено утверждение, что СРН не существу-

ет в модели олигополии по Курно с линейным спросом, так как равновесие по Нэшу здесь не совпадает со слабым Парето эффективным распределением. В исследовании модели олигополии с ценовой конкуренцией по Бертрану (Dastidar, 1995, [9]) с выпуском, определяемым спросом, авторы работы (Chowdhury, 2004, [10]) приводят необходимое и достаточное условие существования СРН. Необходимые и достаточные условия для экономических некооперативных игр общего вида были получены в работе (Nessah, Tian, 2014, [11]) для множества стратегий, являющегося компактным. Авторы также описывают алгоритм вычисления СРН и приводят специфический пример олигополии по Курно с существующим в ней СРН в недифференцируемой точке функции спроса. Данная статья дополняет литературу, посвященную существованию СРН, для моделей олигополии по Курно и Бертрану с дифференцируемыми функциями спроса и издержек общего вида и некомпактным множеством стратегий игроков.

В следующем разделе даются вводные сведения, касающиеся обозначений и определений, используемых в статье. В третьем разделе описана постановка модели олигополии с конкуренцией по объемам производства и гладкими функциями спроса и издержек общего вида, приводятся необходимые и достаточные условия для существования СРН и даются несколько примеров существования СРН. Далее в четвертом разделе описана постановка модели олигополии с конкуренцией по цене и гладкими функциями спроса и издержек общего вида, приводится результат о невозможности существования СРН в таких моделях. Основные выводы приведены в заключении.

1. Обозначения и определения

Будем рассматривать игру в нормальной форме $G = (X_i, u_i)_{i \in I}$, где $I = \{1, \dots, n\}$ — конечное множество игроков, X_i — множество стратегий игрока i и $u_i: X = \prod_{i \in I} X_i \rightarrow \mathbb{R}$ — функция выигрышей игрока i .

Пусть \mathbf{S} — множество всех коалиций, т.е. множество непустых подмножеств I . Для каждой коалиции $S \in \mathbf{S}$ будем обозначать через $X_S = \prod_{i \in S} X_i$ множество стратегий игроков в коалиции S и через $-S = \{i \in I: i \notin S\}$ игроков-аутсайдеров. В частности, под $-i$ будем подразумевать всех игроков, кроме игрока i .

Будем говорить, что игра $G = (X_i, u_i)_{i \in I}$ является компактной, вогнутой и непрерывной, если соответственно $\forall i \in I$ X_i компактно и выпукло, а u_i вогнута и непрерывна на X .

Определение 1. Профиль стратегий $x^* \in X$ игры G является равновесием по Нэшу, если $\forall i \in I$ и $\forall y_i \in X_i$

$$u_i(x^*) \geq u_i(y_i, x_{-i}^*).$$

Определение 2. Профиль стратегий $\bar{x} \in X$ игры G является сильным равновесием по Нэшу (СРН), если $\forall S \in \mathbf{S}$ $\forall i \in S$ $\nexists y_S \in X_S$:

$$u_i(y_S, \bar{x}_{-S}) > u_i(\bar{x}).$$

Определение 3. Профиль стратегий $\bar{x} \in X$ игры G является слабо Парето оптимальным, если $\forall i \in I \nexists y \in X : u_i(y) > u_i(\bar{x})$.

Определение СРН подразумевает, что оно является равновесием по Нэшу, а также оно является слабо Парето эффективным, так как отклоняющаяся коалиция может быть единичным игроком или всем множеством игроков соответственно.

2. СРН в олигополии с конкуренцией по объемам производства

Пусть фирмы $I = \{1, \dots, n\}$ производят однородный продукт и конкурируют по неотрицательным объемам производства $q = (q_1, \dots, q_n)$, $q_i \geq 0 \forall i$ на рынке с обратной функцией спроса $P(q) \geq 0$ общего вида (определим ее далее в предположениях).

Пусть прибыль каждой фирмы i определяется равенством

$$v_i(q) = P(q)q_i - C_i(q_i), \quad (1)$$

где $C_i(q_i)$ — суммарные издержки фирмы i .

Сделаем далее следующие предположения:

- 1) $P(q) \in C^2$, то есть на производимый продукт со стороны потребителей предъявляется спрос, функция которого принадлежит пространству непрерывно дифференцируемых функций с порядком гладкости 2;
- 2) $C_i(q_i) \in C^2 \forall i \in I$, то есть издержки фирм принадлежат пространству непрерывно дифференцируемых функций с порядком гладкости 2;
- 3) в игре $G = (q_i, v_i(q))_{i \in I}$ существует равновесие по Нэшу \hat{q} :

$$\hat{q} = \arg \max_{q_i} (P(q)q_i - C_i(q_i)) \quad \forall i \in I; \quad (2)$$

- 4) $q_i \geq 0 \forall i \in I$ и $\exists i, j : i \neq j, q_i q_j > 0$, то есть по крайней мере две фирмы в равновесии выпускают положительное количество товара.

Таким образом, в настоящей работе функция выигрышей (прибылей) игроков в игре $G = (q_i, v_i(q))_{i \in I}$ не обязательно является вогнутой, а множество стратегий не замкнуто, а значит, и не компактно, что отличает данную постановку от рассмотренной в работе (Nessah, Tian, 2014, [11]).

Заметим, что если предположение 4 не выполняется, то есть если в игре n фирм равновесием по Нэшу является вектор $\hat{q} : q_i \geq 0 \forall i \in I, \exists j : q_j > 0$, то данное равновесие будет сильным. В этом случае положительный объем производит лишь одна фирма в отрасли, то есть отрасль оказывается фактически монополизированной. Равновесие является сильным, так как данная ситуация возможна лишь при относительно высоких издержках остальных фирм, что делает их неконкурентоспособными. В таком случае объединение в равновесии недействующих фирм с действующими не может привести к изменению равновесных объемов производства и цены, а значит, не может привести к увеличению их прибыли. Объединение же недействующих фирм также не сможет быть конкурентоспособным относительно фирмы-монополиста.

При выполнении предположений 1–4 верно следующее утверждение.

Утверждение 1 (Необходимое и достаточное условие существования СРН в игре $G = (q_i, v_i)_{i \in I}$). Пусть выполнены предположения 1–4. Тогда в игре $G = (q_i, v_i(q))_{i \in I}$ профиль равновесных по Нэшу стратегий \hat{q} является СРН тогда и только тогда, когда $\forall i \frac{\partial P(q)}{\partial q_i}(\hat{q}) = 0$.

Докажем далее утверждение 1.

Отметим сначала, что профиль стратегий \hat{q} является глобальным максимумом прибылей игроков, то есть решением следующей системы как необходимого условия:

$$P(q) + \frac{\partial P(q)}{\partial q_i} q_i = C'_i(q_i), \quad \forall i. \quad (3)$$

Достаточность. Определим через $v_S = \sum_{i \in S} v_i$ совокупную прибыль фирм для каждой коалиции $S \subseteq I$.

В силу предположений 1–4 $\exists \varepsilon > 0$ такой, что функции прибылей (выигрышей) $u_i = v_i(q)$ являются вогнутыми на компакте $\{q: |q - \hat{q}| \leq \varepsilon\}$ и достигают на нем своего глобального максимума $\forall i \in I$. На данном интервале сумма вогнутых функций будет также вогнутой, а значит, по теореме Вейерштрасса функция v_S также достигает максимума для каждой коалиции $S \subseteq I$. Определим через q^S профиль стратегий, максимизирующий совокупную прибыль коалиции S при сохранении равновесных по Нэшу стратегий фирм-аутсайдеров (в соответствии с определением 2)¹, то есть q^S — решение системы:

$$\begin{cases} \hat{q} = \arg \max_q \left(P(q) \sum_{i \in S} q_i - \sum_{i \in S} C_i(q_i) \right), & \forall i \in S \\ q_i^S = \hat{q}_i, & \forall i \notin S \end{cases} \quad (4)$$

или

$$\begin{cases} P(q) + \frac{\partial P(q)}{\partial q_i} \sum_{j \in S} q_j = C'_i(q_i), & \forall i \in S \\ q_i^S = \hat{q}_i, & \forall i \notin S. \end{cases} \quad (5)$$

Пусть далее для \hat{q} , решения системы (3), выполняется $\frac{\partial P(q)}{\partial q_i}(\hat{q}) = 0 \forall i \in I$. Тогда \hat{q} также является решением системы (5) для любой возможной коалиции, то есть $\forall i \forall S \hat{q} = q^S$. А значит, $\forall S \in \mathfrak{S} \forall i \in S \nexists q^S: v_i(q^S, q_{-S}^S) > v_i(\hat{q})$ и \hat{q} — СРН в игре $G = (q_i, v_i)_{i \in I}$, причем $P(q^S) = C'_i(q_i^S)$.

Необходимость. Пусть \hat{q} — СРН в игре $G = (q_i, v_i)_{i \in I}$. Тогда по определению СРН $\forall S \forall i \in S \nexists q^S$:

$$v_i(q^S, \hat{q}_{-S}) > v_i(\hat{q}).$$

¹Стоит отметить, что в микроэкономике при моделировании слияний фирм принято считать, что равновесные по Нэшу стратегии фирм-аутсайдеров меняются в ответ на объединение. В этом состоит ключевое отличие классического анализа слияний от концепции сильного равновесия по Нэшу.

Отсюда в силу предположений 1–3 получаем систему уравнений условия первого порядка $\forall S \forall i \in S$:

$$\begin{cases} P(q) = C'_i(q_i) - \frac{\partial P(q)}{\partial q_i} \sum_{j \in S} q_j, \\ P(q) = C'_i(q_i) - \frac{\partial P(q)}{\partial q_i} q_i. \end{cases} \quad (6)$$

В силу предположения 4 система (6) имеет решение, только если $n=1$ или если $\frac{\partial P(q)}{\partial q_i}(\hat{q})=0$, причем $\forall i P(q) = C'_i(q_i)$.

Стоит обратить особое внимание на условие теоремы о том, что СРН является седловой точкой функции спроса, то есть $\forall i \frac{\partial P(q)}{\partial q_i}(\hat{q})=0$, эквивалентно условию $P(q) = C'_i(q_i) \forall i$, а значит, в данной постановке СРН является **конкурентным равновесием**.

Иными словами, для того чтобы у фирм в отрасли с конкуренцией по объему производства отсутствовали стимулы к образованию экономической интеграции, необходимо выполнение достаточно специфического требования на функцию спроса с учетом закона о ее убывании, а именно требование неизменности невозрастающей функции спроса в точке равновесия. В содержательном плане необходимое и достаточное условие существования СРН может быть интерпретировано как нецелесообразность объединения компаний в случае отсутствия изменения спроса при малых приращениях в зависимости от цены в равновесном некооперативном состоянии.

В силу предположений 1–2 утверждение 1 может быть применено к функциям спроса из класса \mathbf{C}^2 . Недифференцируемые функции спроса или функции спроса класса \mathbf{C}^1 нуждаются в дополнительных исследованиях и также могут порождать СРН. Так, пример первого случая можно найти в (Nessah, Tian, 2014, [11]), когда СРН в игре достигается в точке, где производная спроса не существует.

Пример 1. В качестве примера можно привести отрасль с непрерывно дифференцируемой функцией спроса $P(q) = 100 - (\sum_{i \in I} q_i - 4)^3$. Пусть функции издержек²

фирм записываются как $C_i(q_i) = \frac{25}{2} \theta_i q_i^2$. Тогда прибыль объединения всех фирм в отрасли $v_I = P(q) \sum_{i \in I} q_i - \frac{25}{2} \sum_{i \in I} \theta_i q_i^2$.

Легко проверить, что все вторые частные производные отрицательны и максимумы как индивидуальных прибылей фирм, так и прибыли любых их объединений достигаются при $\sum_{i \in I} q_i = 4$. Таким образом, СРН для такой олигополии является вектор $q = (\frac{4}{\theta_1}, \dots, \frac{4}{\theta_n})$, и параметр функций затрат θ_i определяет долю i -той фирмы от общего выпуска. Для случая $n=3$ прибыли отдельных фирм и общая прибыль большой коалиции показаны на рис. 1 при $\theta_1 = 2, \theta_2 = 3, \theta_3 = 6$.

Стоит отметить, что в игре с невозрастающей функцией спроса ее седловые точки могут не являться равновесными по Нэшу и, как следствие, не являться СРН.

Пример 2. Примером игры с несколькими седловыми точками является олигополистический рынок со спросом, задаваемым как $P(q) = 15 - \sum_{i \in I} q_i + \cos(\sum_{i \in I} q_i)$ (рис. 2).

²Приведенный вид функции издержек фирм обеспечивает выполнение предположения 3.

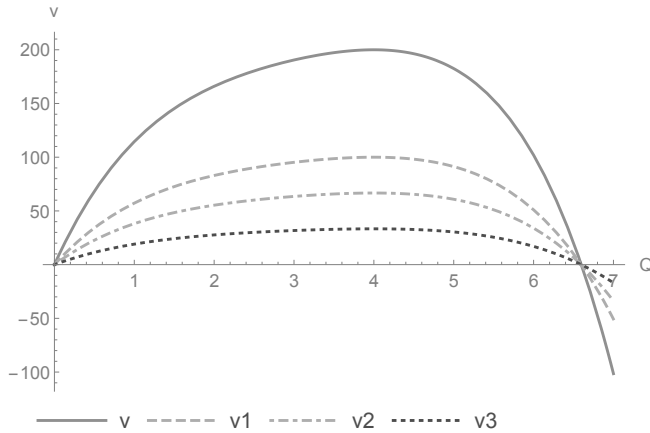


Рис. 1. Пример 1: прибыли фирм и прибыль их полного объединения для отрасли из 3 фирм.

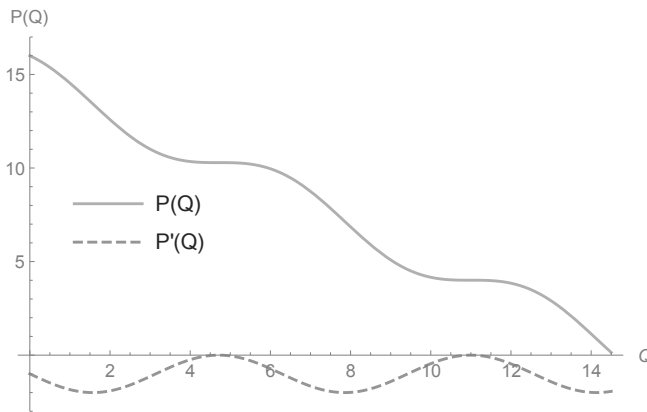


Рис. 2. Пример 2: обратная функция спроса с несколькими седловыми точками.

Пусть функция суммарных издержек³ всех фирм данной отрасли записывается как $\sum_{i \in I} C_i(q_i) = 15 \cos(\sum_{i \in I} q_i) - \frac{1}{2} (\sum_{i \in I} q_i)^2 + 2 \sin(\sum_{i \in I} q_i)$. Суммарная прибыль всех фирм в отрасли проиллюстрирована рис. 3.

В данной игре у функции спроса существуют две седловые точки — $\hat{q}_1 : \sum_{i \in I} q_i = 3\pi/2$ и $\hat{q}_2 : \sum_{i \in I} q_i = 7\pi/2$. Но так как равновесием по Нэшу является лишь профиль \hat{q}_2 , гарантирующий получение большей прибыли, чем при профиле выпусков \hat{q}_1 ,

³Приведенный вид функции издержек фирм обеспечивает в том числе выполнение предположения 3.

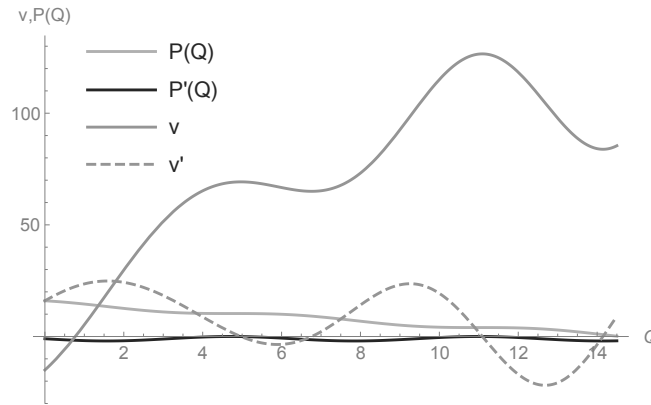


Рис. 3. Пример 2: обратная функция спроса и прибыль коалиции из всех фирм.

профиль стратегий \hat{q}_2 является СРН.

Следствием утверждения 1 является отсутствие СРН в моделях Курно и Штакельберга с линейным спросом.

Следствие 1. Пусть фирмы $I = \{1, \dots, n\}$ производят однородный продукт, на который со стороны потребителей предъявляется линейный спрос $P(Q) = a - bQ$, где $Q = \sum_{i=1}^n q_i$, и $a, b > 0$. Тогда в игре $G = (q_i, v_i(q))_{i \in I}$ не существует СРН.

Таким образом, в моделях с линейным спросом и конкуренцией по объему производства у фирм всегда есть стимулы к образованию слияний, несмотря на то, что существуют стимулы к их отклонению и от данной стратегии по отдельности.

3. СРН в олигополии с конкуренцией по цене

Утверждение 2. В модели Бертрана с однородным продуктом не существует СРН.

Данное утверждение верно, так как равновесие по Нэшу не совпадает с Парето-оптимумом в такой игре в силу известного «парадокса Бертрана». Данный результат представлен также в работе (Loertscher, Marx, 2018, [13]). Рассмотрим далее модель ценовой конкуренции с дифференцированным продуктом.

Пусть фирмы $I = \{1, \dots, n\}$ производят дифференцированный продукт и конкурируют по ценам $p = (p_1, \dots, p_n)$, ограниченным снизу $\forall i p_i \geq 0$ и ограниченным сверху в виду неотрицательности рыночного предложения $q_i(p) \geq 0 \forall i \in I$ и закона спроса. Значит, множество стратегий X_i не пусто, выпукло и компактно, как в работе (Nessah, Tian, 2014, [11]).

Как и в случае с конкуренцией по объемам производства ситуация, когда в игре n фирм равновесием по Нэшу является вектор p , при котором положительный объем производит лишь одна фирма в отрасли, является СРН, но отрасль олигополистической не является. Будем далее рассматривать множество $X_i : q_i \geq 0 \forall i \in I$ и $\exists i, j : i \neq j$,

$q_i q_j > 0$, которое теперь не будет являться замкнутым, а значит, и компактным, что отличает данную постановку от рассмотренной в работе (Nessah, Tian, 2014, [11]).

Сделаем далее следующие предположения:

- 1) на производимый продукт со стороны потребителей предъявляется спрос, функция которого принадлежит пространству непрерывно дифференцированных функций с порядком гладкости 2, то есть $q_i(p) \in C^2(p)$;
- 2) издержки фирм принадлежат пространству непрерывно дифференцированных функций с порядком гладкости 2, то есть $C_i(q_i) \in C^2(q) \forall i \in I$;
- 3) $q_i \geq 0 \forall i \in I$ и $\exists i, j : i \neq j, \hat{q}_i \hat{q}_j > 0$.

При выполнении предположений 1–3 верно следующее утверждение, полученное в ходе диссертационного исследования.

Утверждение 3 (О несуществовании СРН в игре $G = (p_i, \pi_i)_{i \in I}$). Пусть выполнены предположения 1–3. Тогда в игре $G = (p_i, \pi_i(p))_{i \in I}$ не существует СРН.

Иными словами, у фирм в отрасли с ценовой конкуренцией при предположениях 1–3 всегда есть стимулы к образованию экономической интеграции. Докажем утверждение 3 от обратного.

Пусть существует \hat{p} – СРН в игре $G = (p_i, \pi_i)_{i \in I}$. Тогда по определению СРН \hat{p} эффективен по Парето

$$\hat{p} = \arg \max_p \left(\sum_{i \in I} q_i(p) p_i - \sum_{i \in I} C_i(q_i(p)) \right)$$

и равновесен по Нэшу

$$\hat{p} = \arg \max_p (q_i(p) p_i - C_i(q_i(p))).$$

Отсюда в силу предположений 1–3 получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} q_i(p) = \sum_{j \in I} C'_j(q_j) \frac{\partial q_j(p)}{\partial p_i} - \sum_{j \in I} \frac{\partial q_j(p)}{\partial p_i} p_j, & \forall i \in I \\ q_i(p) = C'_i(q_i) \frac{\partial q_i(p)}{\partial p_i} - \frac{\partial q_i(p)}{\partial p_i} p_i, & \forall i \in I. \end{cases} \quad (7)$$

В силу предположения 3 система (7) имеет решение только при $n = 1$. Получили противоречие.

Иными словами, в условиях олигополии фирмам практически всегда имеет смысл кооперироваться. Более того, для ценовой конкуренции и для случая линейного спроса в конкуренции по объемам производства это верно всегда. Это объясняется тем, что СРН является сужением множества равновесий по Нэшу до равновесий, являющихся оптимальными по Парето.

СРН предполагает также независимость функции прибыли от структуры рынка, что делает невозможным рассмотрение оптимизации затрат при объединении фирм.

Поэтому, несмотря на наличие у фирм стимулов к кооперированию, при линейно-квадратичных функциях полезности потребителей слияние, сопровождающееся усилением концентрации рынка, должно удовлетворять определенным условиям по доле участвующих в нем фирм и достигаемой эффективности затрат. Таким образом, у фирм в большинстве случаев есть стимулы к слиянию и есть стимулы к индивидуальным отклонениям от слияний. Такой вывод перекликается с идеями несостоятельности и необходимости пересмотра антимонопольной политики (Armentano, Brozen, 1990, [12]).

4. Заключение

В статье приводятся (i) необходимые и достаточные условия существования сильного равновесия по Нэшу для олигополии с конкуренцией по объему производства с гладкими функциями спроса и издержек общего вида и (ii) обоснование отсутствия СРН для олигополии с конкуренцией по цене также с гладкими функциями спроса и издержек общего вида. Необходимое и достаточное условие существования СРН в олигополии с конкуренцией по объемам производства заключается в том, что для рассматриваемой игры существует равновесие по Нэшу, которое является также конкурентным равновесием. Эквивалентно данное равновесие по Нэшу должно быть точкой перегиба функции спроса. Для олигополии с конкуренцией по цене СРН не существует в описанной постановке модели, что говорит о наличии у фирм в такой отрасли стимулов к образованию коалиций.

Так как существование СРН является достаточным условием для того, чтобы слияние было неприбыльным для фирм в отрасли, и так как в моделях олигополии по Курно такое равновесие существует при весьма специфических условиях, а в олигополии Бертрана не существует никогда, можно сделать вывод о том, что в большинстве случаев у фирм существуют стимулы к слияниям, что подтверждается большим объемом подобных сделок в различных отраслях экономики. Более того, для классической олигополии с линейным спросом это верно всегда. Данный вывод может быть объяснен тем, что СРН является сужением множества равновесий по Нэшу и при этом является слабо Парето оптимальным. Стоит отметить также, что несмотря на вероятное наличие стимулов к созданию фирмами коалиций, во-первых, СРН не учитывает возможность изменения стратегии игры фирмами-аутсайдерами в ответ на образование такой коалиции, а во-вторых, из многочисленных исследований теории организации промышленности в области слияний образование коалиций является более выгодным для фирм, которые в них не участвуют.

Список литературы

- [1] J. P. Neary, “Cross-border mergers as instruments of comparative advantage”, *The Review of Economic Studies*, **74**:4, (2007), 1229–1257. doi 10.1111/j.1467-937X.2007.00466.x.
- [2] B. Shitovitz, “Oligopoly in markets with a continuum of traders”, *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, **41**:3, (1973), 467–501. doi 10.2307/1913371.
- [3] A. A. Cournot, *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses par Augustin Cournot*, L. Hachette, 1838.

- [4] J. Farrell, C. Shapiro, “Horizontal mergers: an equilibrium analysis”, *The American Economic Review*, **80**:1, (1990), 107–126.
- [5] M. K. Perry, R. H. Porter, “Oligopoly and the incentive for horizontal merger”, *The American Economic Review*, **75**:1, (1985), 219–227.
- [6] S. W. Salant, S. Switzer, R. J. Reynolds, “Losses from horizontal merger: the effects of an exogenous change in industry structure on Cournot–Nash equilibrium”, *The Quarterly Journal of Economics*, **98**:2, (1983), 185–199.
- [7] R. J. Aumann, “Acceptable points in general cooperative n-person games”, *Contributions to the Theory of Games*, v. IV, Annals of mathematics studies 40, Princeton University Press, 1959, 287–324.
- [8] B. D. Bernheim, M. D. Whinston, “Coalition–proof Nash equilibria II. Applications”, *Journal of Economic Theory*, **42**:1, (1987), 13–29. doi 10.1016/0022-0531(87)90100-1.
- [9] K. G. Dastidar, “On the existence of pure strategy Bertrand equilibrium”, *Economic Theory*, **5**:1, (1995), 19–32. doi 10.1007/BF01213642.
- [10] P. R. Chowdhury, “Strong Bertrand Equilibria”, *Keio economic studies*, **41**:1, (2004), 59–64.
- [11] R. Nessah, G. Tian, “On the existence of strong Nash equilibria”, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, **414**:2, (2014), 871–885. doi 10.1016/j.jmaa.2014.01.030.
- [12] D. T. Armentano, Y. Brozen, *Antitrust and Monopoly. Anatomy of a Policy Failure*, Independent Institute, 1990, 312 pp.
- [13] S. Loertscher, L. M. Marx, “Merger Review for Markets with Buyer Power”, *Journal of Political Economy*, **0(ja)**, (2018), 1–53.

Nastych M. A. Strong Nash equilibrium for oligopoly with quantity and price settings. Far Eastern Mathematical Journal. 2019. V. 19. No 2. P. 223–234.

ABSTRACT

This paper investigates the existence of strong Nash equilibrium in Cournot and Bertrand oligopoly models with smooth general functions of demand and costs. Strong Nash equilibrium can be considered as the sufficient conditions for firms not to have incentives to collude or to merge. Unlike the concept of Nash equilibrium, the concept of strong Nash equilibrium takes into account the possibility of joint deviations of the players. It gives an intuition of its applicability to the analysis of profitability of coalitions formations. Given the existence of Nash equilibrium in the model, I derive the necessary and sufficient condition for this equilibrium to be SNE in quantity setting model. Thus, Nash equilibrium in the quantity setting oligopoly is strong iff it is a saddle point of demand function or, equivalently, it is a competitive equilibrium. I obtain non-existence result for SNE in price settings oligopoly. The peculiarity of derived conditions leads to the proposition that firms do have incentives to collude or to merge in the most cases. It explains the growth of a number of international M&A deals with the well-known statistics of wide-spread failures among them.

Key words: non-cooperative game, strong Nash equilibrium, Cournot, Bertrand, quantity setting, price setting.