XXXIV Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Хабаровск
2009

Институт прикладной математики ДВО РАН
Вычислительный центр ДВО РАН
Дальневосточный государственный университет путей сообщения
Тихоокеанский государственный университет

XXXIV
Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова «Фундаментальные проблемы математики и информационных наук»

Хабаровск
25–30 июня 2009 г.

Тезисы докладов

Хабаровск
2009

УДК 517, 519

Утверждено к печати Ученым советом Института прикладной
математики ДВО РАН

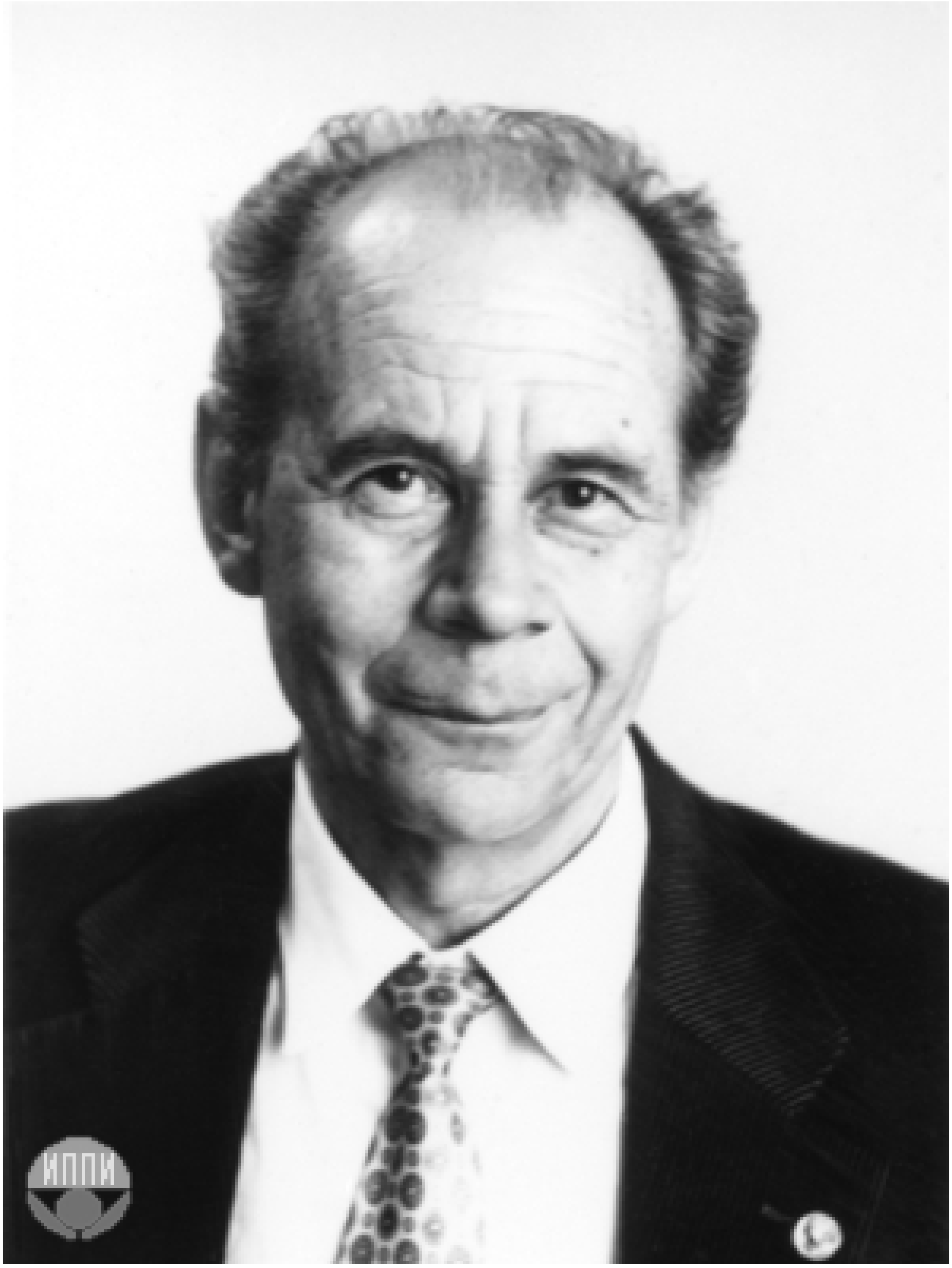
Под научной редакцией С.А. Луковенко

XXXIV Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова «Фундаментальные проблемы математики и информационных наук»: Тез. докл. – Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2009. – 198 с.

ISBN 978-5-7389-0750-0

Школа-семинар проводится при поддержке Президиума ДВО РАН, Российского фонда фундаментальных исследований, Правительства Хабаровского края.

ISBN 978-5-7389-0750-0
©ИПМ ДВО РАН, 2009



Школа посвящена 70-летию чл.-корр. РАН

Николая Васильевича Кузнецова

Н.В. Кузнецов родился 24 июня 1939 г. в пос. Хачмас АзССР. В 1962 году с отличием закончил Московский физико-технический институт, в 1965 году – аспирантуру при институте. Научную деятельность Н.В. Кузнецов продолжил в должности младшего научного сотрудника отдела теории чисел Математического института им. В.А. Стеклова АН СССР.

С 1969 года работал в должности младшего научного сотрудника, затем старшего научного сотрудника лаборатории систем управления при Московском педагогическом институте.

В 1971–1972 годах стал начальником сектора, затем – отдела в Центральном научно-исследовательском институте информации и технико-экономических исследований, а также начальником отдела в Научно-исследовательском институте систем управления и экономики.

В 1973 году Н. В. Кузнецов переехал на Дальний Восток, работал в ХабКНИИ ДВНЦ АН СССР в должности старшего научного сотрудника, заведующего лабораторией.

С 1981 по 1988 годы работал заместителем директора Вычислительного центра ДВО РАН. В 1989 года Н.В. Кузнецов перешел в Институт прикладной математики ДВО РАН. С 1992 по 2006 годы он – директор ИПМ ДВО РАН.

Н.В. Кузнецов в 1965 году защитил кандидатскую, а в 1982 – докторскую диссертацию. В 1987 году избран членом-корреспондентом АН СССР.

За успехи в научной и научно-организационной деятельности Н.В. Кузнецов в 1983 году награжден медалью «За трудовую доблесть», в 2000 г. – орденом Почета.

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

МАТЕМАТИКА

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ НАД МНОГООСНОВНЫМИ АЛГЕБРАИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ

В.Д. Аносов *(ФСБ России, Москва)*

Ранее Х. Лауш и В. Небауэр [1], обобщая ряд классических результатов, связанных с разрешимостью уравнений, с полей на общие классы универсальных алгебр, рассматривали системы алгебраических уравнений с предметными переменными над произвольной одноосновной универсальной алгеброй A. На основе использования гомоморфизмов многоосновных алгебраических систем [2], при которых могут отождествляться как элементы основных множеств, так и операторы и предикаты, предложенный подход развивается для систем уравнений (соотношений) над многоосновными алгебраическими системами, в число неизвестных которых могут входить как элементы основных множеств, так и преобразования и предикаты [3].

Приводятся методы решения систем уравнений (сравнений) над многоосновной алгебраической системой в ряде случаев снижающих трудоемкость их решения по сравнению с методом тотального перебора:

- методы решения систем уравнений (сравнений), основанные на использовании гомоморфных образов и гомоморфных прообразов;

- методы решения систем уравнений (сравнений), использующие для решения систем уравнений (сравнений) ряд обобщений гомоморфизмов многоосновной алгебраической системы [4].

Приводятся общие алгоритмы поиска гомоморфизмов многоосновной алгебраической системы.

[1] Lausch H., Nobauer W. Algebra of polynomials. Amsterdam, London, New-York: North-Holland Publishing Company, American Elsevier Publishing Company Inc., 1973.

[2] Аносов В.Д. О гомоморфизмах многоосновных алгебраических систем в связи с криптографическими применениями // Дискретная математика. 2007. Том 19. В. 2. С. 27-44.

[3] Аносов В.Д. Алгебраические соотношения над многоосновными алгебраическими системами. // XXXIII Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова, Тезисы докладов, ИПМ ДВО РАН, Владивосток, 2008. С. 114-116.

[4] Горчинский Ю.Н. О $\bar{\pi}$-гомоморфизмах конечных многоосновных универсальных алгебр. // Дискретная математика. 1999. Том 11. В. 2. С. 3-19.

СВОЙСТВА ОПЕРАЦИИ УМНОЖЕНИЯ В ГРУППЕ S_n

Д.Г. Богоутдинов *(ДВГГУ, Хабаровск)*

Пусть S_n – группа перестановок множества $\{1, 2, 3, ..., n\}$. Данная группа допускает различные способы описания. В работе [1] был предложен новый генетический код группы S_n, определяемый тождествами:

1. $x_i^{i+1} = e$
2. $x_k \cdot x_i = x_1 \cdot x_{i+1} \cdot x_k,\ k > i,$

где x_i – образующая, $1 \le i \le n - 1$.

Данный генетический код позволяет однозначно представить любой элемент группы в виде

$$g = x_1^{\alpha_1} \cdot \ldots \cdot x_{n-1}^{\alpha_{n-1}},\ 0 \le \alpha_i \le i.$$

Рассмотрим элементы $g_1, g_2 \in S_n$:

$$\begin{cases} g_1 = x_1^{\alpha_1} \cdot \ldots \cdot x_{n-1}^{\alpha_{n-1}}, \\ g_2 = x_1^{\beta_1} \cdot \ldots \cdot x_{n-1}^{\beta_{n-1}}, \end{cases}$$

Их произведение

$$g_1 \cdot g_2 = x_1^{\gamma_1} \cdot \ldots \cdot x_{n-1}^{\gamma_{n-1}},$$

где $\gamma_i = \gamma_i(\alpha_1, \ldots, \alpha_{n-1}, \beta_1, \ldots, \beta_{n-1})$.

Задача нахождения произведения сводится к определению вида функций γ_i. Функции γ_i – периодические, т. е.

$$\gamma_i(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k + k + 1, \ldots, \alpha_{n-1}, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_m + m + 1, \ldots, \beta_{n-1}) =$$
$$= \gamma_i(\alpha_1, \ldots, \alpha_{n-1}, \beta_1, \ldots, \beta_{n-1})$$

Для изучения вида функций γ_i был разработан программный комплекс, позволяющий выявить закономерности операции умножения в S_n. В результате были получены и доказаны следующие свойства операции умножения:

1. $(x_m^m \cdot x_n)^k = x_{k+m-1}^m \cdot x_n^k$, $m + k - 1 \le n$;
2. $x_n^\alpha \cdot x_k = x_\alpha^\alpha \cdot x_{\alpha+k} \cdot x_n^\alpha$, $\alpha + k \le n$;
3. $x_n \cdot x_k^k = x_k \cdot x_{k+1}^k \cdot x_n$, $k < n$;
4. $x_n^n \cdot x_k^k = x_{k-1}^{k-1} \cdot x_{n-1} \cdot x_n^{n-1}$, $k < n$;
5. $x_n^n \cdot x_k = x_{n-1}^k \cdot x_n^{n-k}$
6. $e_{i;i+1} \cdot x_1^{\alpha_1} \cdot x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_{n-1}^{n-1} =$
$$= x_1^{\alpha_1} \cdot \ldots \cdot x_{i-2}^{\alpha_{i-2}+[\alpha_{i-1}]_i} \cdot x_{i-1}^{i-1-\alpha_i-1} \cdot x_i^{\alpha_i+1+[\alpha_{i-1}]_i} \cdot \ldots \cdot x_{n-1}^{\alpha_{n-1}},$$

где $e_{i;i+1}$ - перестановка i-го и i+1-го элементов, $[k]_i$ - остаток от деления числа k на i.

Проведенные исследования позволяют описать функции γ_i в явном виде.

[1] Казинец В.А. Определяющие соотношения для симметрической группы. (тезисы) // Дальневосточная математическая школа - семинар им. ак. Е.В. Золотова: тез. докл. Владивосток: Дальнаука. 2000. С. 122–124.

[2] Коксетер Г.С.М., Мозер У.О.Дж. Порождающие элементы и определяющие соотношения дискретных групп: Пер. с англ. / Под ред. Ю.И. Мерзлякова // М.: Наука. 1980 – 240 с.

[3] Вершик А.М., Окуньков А.Ю. Новый подход к теории представлений симметрических групп. 2 // Препринты ПОМИ РАН. М.: ПОМИ РАН, 2003. С. 108–142.

ON PRIMITIVELY 2-UNIVERSAL QUADRATIC FORMS

N. Budarina *(ВГГУ, Владимир)*

In 1993, John Horton Conway and William Schneeberger announced the Fifteen Theorem, giving a criterion characterizing the positive definite classically integral (or integer-matrix) quadratic forms which represent all positive integers. Specifically, they showed that any positive definite classically integral form which represents the set of nine critical numbers

$$S_1 = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15\}$$

is universal. In 1999 Manjul Bhargava [2] proved the Fifteen Theorem, and he showed that there are exactly 204 universal positive definite classically integral quaternary quadratic forms.

Today there are at least five directions in which the problem of universality develops:

- higher-dimensional analogs of universal form (m-universal forms);
- universal forms over totally real number fields;
- primitive universality;
- almost universality;
- odd or even universality.

Recently, in [1] In particular, we give we have given an efficient method for deciding whether a positive definite classically integral quadratic form in 4 or more variables with odd square-free determinant is almost primitively universal.

Byeong Moon Kim, Myung-Hwan Kim, and Byeong-Kweon Oh [3] found all positive definite classically integral quinary quadratic forms that represent all positive definite classically integral binary quadratic forms and presented an analogous criterion for 2-universality:

$$S_2 = \{\langle 1,1\rangle, \langle 2,3\rangle, \langle 3,3\rangle, [2,1,2], [2,1,3], [2,1,4]\}.$$

We investigate the minimal primitive representations of binary quadratic forms over the even ring $\mathbb{Z}_2$.

Using the minimal representations over odd local rings $\mathbb{Z}_p$ [4] and $\mathbb{Z}_2$ we investigate quadratic forms from Kim-Kim-Oh's list for the primitive 2-universality and research for the criterion of the primitive 2-universality for the special class of the quadratic forms.

[1] Budarina N. On primitively 2-universal quadratic forms, (submitted).

[2] M. Bhargava. On the Conway-Schneeberger Fifteen Theorem, in *Proceedings of the Conference on Quadratic Forms and Their Applications*, ed. E. Bayer-Fluckiger, D. Lewis, A. Ranicki (AMS Bookstore, 1999), pp. 27–38.

[3] B.M. Kim, M.-H. Kim, B.-K. Oh. 2-universal positive definite integral quinary quadratic forms In: M.-H. Kim, J.S. Hsia, Y. Kitaoka, R. Schulze-Pillot, eds: Contemp. Math., **249**, Mathematical association of America, Washington DC, 1999, 51–62.

[4] V.G. Zhuravlev. Primitive embedding in local lattices with prime determinant, *St. Petersburg Math. J.*, **11**(1) (2000) 67–90.

ПОДПРОСТРАНСТВО ЭЙХЛЕРА-ШИМУРЫ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

В.А. Быковский *(ХО ИПМ ДВО РАН, Хабаровск)*

Пусть $\Gamma = PSL_2(\mathbb{Z})$ – полная модулярная группа, состоящая из пар целочисленных 2×2 матриц

$$M = \pm \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -a & -b \\ -c & -d \end{pmatrix} \right\}$$

с определителем 1. Группа Γ действует слева на проективную прямую

$$P^1(\mathbb{Q}) = \mathbb{Q} \cup \{\infty\}$$

посредством преобразований $M(\alpha) = (a\alpha + b)(c\alpha + d)^{-1}$.

Отображение пространств модулярных форм в периоды, построенное в основополагающей работе М. Эйхлера [1] и детально изученное Г. Шимурой [2], отождествляет их со специальными подпространствами в $\mathbb{R}^n$, выделяемыми с помощью соотношений Эйхлера–Шимуры. Дальнейшее развитие этих идей в работах Ю.И. Манина ([3], [4]) и других авторов привело к двум новым фундаментальным арифметико-алгебраическим конструкциям; модулям Эйхлера и модулям Эйхлера–Шимуры (см. [5]), ассоциированных с произвольным левым модулем L, на котором справа действует группа Γ. По определению, модуль Эйхлера $\mathcal{E}(L)$ состоит из всех функций $\Phi: \ P^1(\mathbb{Q}) \times P^1(\mathbb{Q}) \to L$, таких, что $\forall M \in \Gamma$ и $\forall \alpha, \beta, \gamma \in P^1(\mathbb{Q})$ выполняются следующие свойства:

(I) $\Phi(\alpha,\beta) + \Phi(\beta,\gamma) = \Phi(\alpha,\gamma)$; (II) $\Phi\left(M(\alpha), M(\beta)\right) = \Phi(\alpha,\beta) \circ M^{-1}$.

Соответствие $\Phi \to \Phi(\infty, 0)$ определяет канонический изоморфизм $\mathcal{E}(L)$ на модуль Эйхлера–Шимуры $\mathfrak{M}(L)$; подмодуль в L, состоящий из всех элементов $A \in L$, для которых выполняются соотношения Эйхлера–Шимуры:

$$A + A \circ S = 0, \qquad A + A \circ U + A \circ U^2 = 0.$$

Здесь

$$S = \pm \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad U = \pm \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

– элементы второго и третьего порядка из Γ. Например, пространству модулярных форм веса 2 относительно конгруэнцподгруппы $\Gamma_0(N)$ соответствует пространство, состоящее из всех функций $F : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{C}$, для которых при любых $m, n, l \in \mathbb{Z}$:

1) $F(m,n) = F(m+N,n) = F(m,n+N)$;

2) $F(lm, ln) = F(m,n)$, если НОД$(l,N) = 1$.

Действие Γ определяется по правилу

$$F \circ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = F(am+bn, cm+dn).$$

Мы рассмотрим бесконечномерный аналог этой конструкции в следующем виде. Пусть H – гильбертово пространство всех функций $F : P^1(\mathbb{Q}) \to \mathbb{C}$ со скалярным произведением

$$\langle F_1, F_2 \rangle = \sum_{\omega \in P^1(\mathbb{Q})} F_1(\omega)\overline{F_2(\omega)}$$

и действием Γ по правилу $(f \circ M)(\omega) = f(M(\omega))$.

Легко проверить, что функция G с $G(\infty) = 1$, $G(0) = -1$ и $G(\omega) = 0$ для остальных $\omega \in P^1(\mathbb{Q})$ порождает одномерное подпространство в $\mathfrak{M}(H)$. Возникает естественный вопрос о размерности $\mathfrak{M}(H)$ (подпространство Эйхлера–Шимуры в H).

Главный результат сообщения составляет следующая

Теорема. Пространство $\mathfrak{M}(H)$ бесконечномерно.

Работа выполнена при финансовой поддержке ДВО РАН (проект №09-1-ОМН-09).

[1] Eichler M. Eine Verallemeinerung der Abelschen Integrale. Math. Z. 67, 267–298 (1957).

[2] Шимура Г. Введение в арифметическую теорию автоморфных функций. Мир. М. 1973

[3] Манин Ю.И. Параболические формы и дзета-функции модулярных кривых. Изв. АН СССР, сер. матем., 36, 19–66 (1972)

[4] Манин Ю.И. Периоды параболических форм и p-адические ряды Гекке. Матем. сб., 92, № 3, 378–401 (1973).

[5] Быковский В.А. Образующие элементы аннулирующего идеала для модулярных символов. Функ. анализ и его прил., т.37, вып. 4, 27–38 (2003).

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МОДИФИЦИРОВАННОГО ФУНКЦИОНАЛА ЛАГРАНЖА В ПОЛУКОЭРЦИТИВНОЙ СКАЛЯРНОЙ ЗАДАЧЕ СИНЬОРИНИ

Э.М. Вихтенко *(ТОГУ, Хабаровск)*

Рассматривается скалярная полукоэрцитивная задача Синьорини [1]

$$\begin{cases} J(v) = \frac{1}{2}\int_\Omega |\nabla v|^2 d\Omega - \int_\Omega f\, v\, d\Omega \ - \ \min, \\ v \in \mathcal{K} = \{w \in W_2^1(\Omega) : \ \gamma v \geq 0 \text{ п.в. на } \Gamma\}. \end{cases} \tag{1}$$

Здесь $\Omega \subset R^n$ $(n = 2, 3)$ — ограниченная область с достаточно гладкой регулярной границей Γ, $f \in L_2(\Omega)$ заданная функция, $\gamma v \in W_2^{1/2}(\Gamma)$ след функции $v \in W_2^1(\Omega)$ на Γ. При выполнении условия $\int_\Omega f\, d\Omega < 0$ решение задачи (1) существует, более того, оно единственно [1].

Пусть решение u задачи (1) принадлежит классу $W_2^2(\Omega)$. Тогда пара $\left(u, \frac{\partial u}{\partial n}\right)$ (n — вектор единичной внешней нормали к Γ) является единственной седловой точкой классического функционала Лагранжа

$L(v,l) = J(v) - \int_\Gamma l\,\gamma v\, d\Gamma$, то есть

$$L(u,l) \le L\left(u, \frac{\partial u}{\partial n}\right) \le L\left(v, \frac{\partial u}{\partial n}\right)\ \forall v \in W_2^1(\Omega),\ \forall l \in (L_2(\Gamma))^+.$$

$(L_2(\Gamma))^+$ — множество неотрицательных на Γ функций, интегрируемых со своим квадратом.

Так как квадратичная форма $a(v,v) = \int_\Omega |\nabla v|^2 d\Omega$ лишь неотрицательно определена на пространстве $W_2^1(\Omega)$, то известные итерационные методы поиска седловой точки не обеспечивают свойства сходимости. Для преодоления этого затруднения рассмотрена модификация функционала Лагранжа

$$\mathrm{M}(v,l) = J(v) + \frac{1}{2r}\int_\Gamma \left(\left((l - r\,\gamma v)^+\right)^2 - l^2\right) d\Gamma,$$

здесь использовано обозначение $v^+ = \max\{v, 0\}$. Показано, что множество седловых точек модифицированного функционала Лагранжа совпадает со можеством седловых точек классического функционала Лагранжа. Для поиска седловых точек модифицированного функционала $\mathrm{M}(v,l)$ могут быть построены эффективные итерационные процессы.

[1] Дюво Г., Лионс Ж.-Л. Неравенства в физике и механике. М.: Наука, 1980.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕХДИАГОНАЛЬНОЙ МАТРИЦЫ

С.В. Гассан, А.А. Дмитриев *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

Развитие многопроцессорных вычислительных систем открывает новые возможности для применения вычислительной техники в фундаментальных и прикладных научных исследованиях. В связи с этим, задача построения параллельных алгоритмов приобретает первостепенное значение.

В задачах численного моделирования особую актуальность представляет проблема расчета спектральных характеристик матриц большого размера.

Возникающие здесь сложности обусловлены не только постоянно возрастающими объемами вычислений, но также и потенциальной неустойчивостью имеющихся алгоритмов, что, в результате, приводит к значительным погрешностям вычислений.

В настоящей работе мы рассматриваем трехдиагональные симметричные матрицы. Мы предлагаем алгоритм распараллеливания решения характеристического уравнения такой матрицы, который позволяет избавиться от неизбежных погрешностях вычислений, вызванных ростом размеров матриц.

Основная идея алгоритма состоит в способе нахождения границ расположения корней характеристического уравнения, который основан на использовании специального представления для характеристического полинома. Такое представление получено путем разбиения матрицы на блоки и использования значений корней характеристических уравнений для составляющих матриц. При построении данного метода были получены обобщения рекуррентных соотношений для вычисления определителя трехдиагональной матрицы (см. [1]).

Работа выполнена при поддержки гранта ДВО РАН №09-III-А-01-002.

[1] Ильин В.П., Кузнецов Ю.И. Трехдиагональные матрицы и их приложения. М. Наука, 1985.

НЕКОТОРЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ОБОБЩЕННЫХ ЦЕПНЫХ ДРОБЕЙ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

О.А. Горкуша *(ХО ИПМ ДВО РАН, Хабаровск)*

Анализу статистических свойств элементов цепной дроби посвящено много исследований. В частности, работы [1]-[3]. Здесь перечислены лишь те статьи, методы и результаты которых использовались при написании статьи [4].

Пусть Ω — ограниченная, замкнутая и симметричная относительно координатных осей выпуклая область на плоскости с кусочно-гладкой границей, содержащая некоторую окрестность точки $(0,0)$. Рассмотрим аффинное преобразование $\mathfrak{T}(x_1,x_2) : (x_1,x_2) \to (t_1x_1, t_2x_2)$ с $t_1,t_2 > 0$. Обозначим через $\mathfrak{T}(\Omega)$ множество точек $\mathfrak{T}(x_1,x_2)$, $(x_1,x_2) \in \Omega$.

Для взаимно простых натуральных чисел a,d с условием $a < d/2$ рассмотрим решетку на плоскости: $\Gamma(a,d) = \{(d\cdot n - a\cdot m,\, m)|n,m \in \mathbf{Z}\}$.

Определение 1. Ненулевой узел γ решетки $\Gamma(a,d)$ назовем *минимумом относительно* Ω, если для некоторого преобразования $\mathfrak{T}$

1) на границе области $\mathfrak{T}(\Omega)$ лежат только узлы γ и $-\gamma$;

2) внутри $\mathfrak{T}(\Omega)$ нет ненулевых узлов из $\Gamma(a,d)$.

Множество таких узлов обозначим через $\mathfrak{M}(\Gamma(a,d);\Omega)$.

Определение 2. Два линейно независимых узла γ и η из $\mathfrak{M}(\Gamma(a,d);\Omega)$ назовем *смежными минимумами в* $\mathfrak{M}(\Gamma(a,d);\Omega)$, если для некоторого преобразования $\mathfrak{T}$

1) узлы $\pm\gamma$ и $\pm\eta$ будут лежать на границе $\mathfrak{T}(\Omega)$;

2) внутри $\mathfrak{T}(\Omega)$ нет ненулевых узлов из $\Gamma(a,d)$.

Определение 3. Назовем цепную дробь

$$\frac{a_1|}{|b_1} + \frac{a_2|}{|b_2} + \cdots + \frac{a_{s(a,d,\Omega)}|}{|b_{s(a,d,\Omega)}} \quad (a_i \in \{-1,1\},\ b_i \in \mathbf{N} \text{ для всех } i \geq 1,\ b_{s(a,d,\Omega)} \geq 2)$$

обобщенной Ω *— дробью числа* a/d, если для каждого индекса i найдутся два смежных в $\mathfrak{M}(\Gamma(a,d);\Omega)$ узла γ и η, таких, что узел $a_i\gamma + b_i\eta$ — смежный с η в $\mathfrak{M}(\Gamma(a,d);\Omega)$.

Основной результат представлен в следующей теореме.

Теорема. *Пусть функция* $\psi(x,y) = 0$ *описывает границу области* Ω *и* Ω *— не квадрат. Обозначим через* $(a_0,b_0),(a_1,b_1)$ *точки с условием* $\psi(2a_0,0) = \psi(a_0,b_0) = \psi(a_1,b_1) = \psi(0,2b_1) = 0$. *Для всех* α *из* $[0,1]$ *будем рассматри-*

вать кусочно-непрерывно дифференцируемую функцию $\beta_\Omega = \beta(\alpha)$ *со свойствами*

$$\begin{cases} \psi(u,v)=0, & & \text{для } a_0 \le u \le a_1; \\ \psi(s,t)=0, & u=s\beta, t=v\alpha & \text{для } a_1 \le s \le 2a_0; \\ \psi(x,y)=0, & x=s-u, y=t+v & \text{для } 0 \le x \le a_0. \end{cases}$$

Если не существует чисел $\alpha_1,\alpha_2 \in [0,1]$, $\beta_1,\beta_2 \in [1/2,1]$, *для которых*

$$\Big(\int_0^{\beta(\alpha)} \tfrac{du}{(1+\alpha u)^2}\Big)'_\alpha = c_1 \ne 0 \text{ для всех } \alpha \in (\alpha_1,\alpha_2],$$
$$\Big(\int_0^{\alpha(\beta)} \tfrac{du}{(1+\beta u)^2}\Big)'_\beta = c_2 \ne 0 \text{ для всех } \beta \in (\beta_1,\beta_2]$$
$$(\alpha(\beta) - \text{функция, обратная к } \beta(\alpha)),$$

то для $d>2$ *справедлива асимптотическая формула*

$$\sum_{\substack{a=1 \\ \text{НОД }(a,d)=1}}^{d} s(a,d,\Omega) = \varphi(d)\big(\phi_1(\Omega)\log d + \phi_2(\Omega)\big) + O_{\Omega,\varepsilon}(d^{5/6}\log^{7/6+\varepsilon} d),$$

где функции $\phi_1(\Omega), \phi_2(\Omega)$ $(\phi_1(\Omega)>0)$ получены в работе [4].

Работа выполнена при поддержке фонда РФФИ, грант № 07-01-00306 и проекта ДВО РАН 06-I-ОМН-09).

[1] Heilbronn H. On the average length of a class of finite continued fractions// in Abhandlungen aus Zahlentheorie und Analysis, Berlin, VEB. 1968. C. 87-96.

[2] Porter J.W. On a theorem of Heilbronn// Mathematika. 1975, V. 22, №1. C. 20-28.

[3] Устинов А.В. О числе решений сравнения $xy \equiv l(\mod q)$ под графиком дважды непрерывно дифференцируемой функции//Алгебра и анализ. 2008, Т.20, №5. С. 186-216.

[4] Горкуша О.А. О конечных цепных дробях специального вида // Чебышевский сборник. 2008, Т. IX, №1 (25). С. 80-107.

ЗАДАЧИ ОБ ЭКСТРЕМАЛЬНОМ РАЗБИЕНИИ В ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

В.Н. Дубинин *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

Указанные в заглавии задачи имеют богатую историю и более или менее непосредственно связаны с различными экстремальными вопросами геометрической теории функций. Один из первых результатов такого рода принадлежит М.А. Лаврентьеву и состоит в следующем. Пусть функции $f_k(z)$, $k = 1, 2$, мероморфны в круге $|z| < 1$ и отображают этот круг на непересекающиеся области. Тогда справедливо неравенство

$$|f_1'(0)f_2'(0)| \leq |f_1(0) - f_2(0)|^2. \tag{1}$$

В этом случае речь идет об экстремальном разбиении комплексной сферы $\overline{\mathbb{C}}$ на две неналегающие области $D_k = f_k(\{z : |z| < 1\})$, $k = 1, 2$, с максимальным значением величины $|f_1'(0)f_2'(0)|$. В настоящее время рассматриваются разбиения подобластей $\overline{\mathbb{C}}$ на произвольное конечное число областей с максимальным значением приведенных модулей различных видов. Значительные результаты в решении подобного рода задач получены петербуржскими математиками: Г.М. Голузиным, Ю.Е. Аленицыным, Н.А. Лебедевым, Г.В. Кузьминой, А.Ю. Солыниным, Е.Г. Емельяновым и другими [1]. В настоящем сообщении дается краткий обзор задач об экстремальном разбиении с приложениями к другим вопросам теории функций. Приводятся наиболее яркие результаты, в частности, теорема автора о неналегающих областях со свободными полюсами на окружности. Формулируется и обсуждается новый довольно общий результат об оценке квадратичных форм с коэффициентами, зависящими от функций Грина и Робена. В частных случаях данный результат приводит к уточнению классических теорем о неналегающих областях. Например, неравенство (1) остается верным, если условие

$D_1 \cap D_2 = \emptyset$ заменить на более слабое: любая дуга окружности с концами в точках $f_1(0)$ и $f_2(0)$ не принадлежит $D_1 \cup D_2$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 08-01-00028) и ДВО РАН (проект 09-III-А-01-007).

[1] Кузьмина Г.В. Методы геометрической теории функций // Алгебра и анализ. 1997. Т. 9. Вып. 5. С. 1–50.

POWERS OF A RATIONAL NUMBER MODULO 1

Artūras Dubickas *(Vilnius University & Institute of Mathematics and Informatics, Vilnius)*

Let $p > q > 1$ be two coprime integers. Suppose that I is an interval of the torus $\mathbb{R}/\mathbb{Z}$. Is there a non-zero real number ξ such that the numbers $\xi(p/q)^n$, $n = 0, 1, 2, \ldots$, modulo 1 all lie in I?

A hypothetical *Mahler's Z-number* [5] is such a $\xi > 0$ for which the fractional parts $\{\xi(3/2)^n\}$, $n = 0, 1, 2, \ldots$, all lie in $[0, 1/2)$. It seems very likely that Mahler's Z-numbers do not exist. In this direction, Flatto, Lagarias and Pollington [4] showed that the fractional parts $\{\xi(p/q)^n\}$, $n = 0, 1, 2, \ldots$, where $\xi \neq 0$, cannot all lie in an interval I of length strictly smaller than $1/p$. Can one prove the same result for intervals I of length $1/p$? This small step seems to be very difficult. Bugeaud [1] made a step towards solution of this problem and proved that those fractional parts cannot lie in an interval $[a, a + 1/p]$ of length $1/p$ for *almost all* $a \in [0, 1 - 1/p]$.

In [2] we prove a result which settles this problem for $p/q = 3/2$. More precisely, we show that if p, q are relatively prime integers satisfying $1 < q < p < q^2$ and I is a closed subinterval of the torus $\mathbb{R}/\mathbb{Z}$ of length $1/p$ then for each $\xi \neq 0$ there are infinitely many $n \in \mathbb{N}$ for which $\{\xi(p/q)^n\} \notin I$. The proof uses combinatorics on words and raises a new optimization problem for Sturmian words [3].

[1] Bugeaud Y. Linear mod one transformations and the distribution of fractional parts $\{\xi(p/q)^n\}$ // Acta Arith. 2004. V. 114. P. 301-311.

[2] Dubickas A. Powers of a rational number modulo 1 cannot lie in a small interval // Acta Arith. 2009. V. 137. P. 233-239.

[3] Dubickas A. Squares and cubes in Sturmian sequences // RAIRO Theoretical Informatics and Applications. (to appear).

[4] Flatto L., Lagarias J.C., Pollington A.D. On the range of fractional parts $\{\xi(p/q)^n\}$ // Acta Arith. 1995. V. 70. P. 125-147.

[5] Mahler K. An unsolved problem on the powers of 3/2 // J. Austral. Math. Soc. 1968. V. 8. P. 313-321.

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ИНВАРИАНТЫ ОБОБЩЕННЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ИТО

В.А. Дубко *(НАУ, Киев)*

Основная идея предлагаемого подхода, связана с определением интегралов по стохастическим многообразиям, элементы которых индуцированны решениями системы обобщенных уравнений Ито (ОУИ):

$$dx_i(t) = a_i(t)dt + b_{i,k}(t)dw_k(t) + \int\limits_{R(\gamma)} g_i(x(t), t, \gamma)\ \nu(dt, d\gamma)$$

- где $w(t)$ – m-мерный процесс Винера, $x(t) = x(t; y) \in R^n, x(0; y) = y$, $\nu\ (t; \Delta\gamma)$ - однородная по t, центрированная мера Пуассона; по индексам, которые встречаются дважды, ведется суммирование. Предполагается, что коэффициенты уравнений выбраны так, что условия существования и единственности решений - выполнены. В [1-2] построены уравнения для функций от набора ядер интегральных инвариантов $\rho_l\,(x; t)$:

$$\int\limits_{R^n} \rho_l\,(y; 0)\, z\,(x\,(y; t)\,; t)\, d\,(y) = \int\limits_{R^n} \rho_l\,(x; t)\, z\,(x; t)\, d\,(x),$$

где $x(y;t)$ - решение ОУИ. Это равенство и уравнения для ядер позволяют получить обобщение формулы Ито-Вентцеля для процесса $z\left(x\left(y;t\right);t\right)$, когда $z(x;t)$ - решение уравнения:

$$dz(x;t) = Q\left(t;x\right)dt + D_k\left(t;x\right)dw_k\left(t\right) + \int_{R(\gamma)} G(x(t),t,\gamma)\ \nu(dt,d\gamma)$$

Отметим, что $u_{l'}(x;t) = \rho_{l'}(x;t)\rho_l^{-1}(x;t)$ - первые интегралы ОУИ.

[1] Дубко В.А. Модели эволюции иерархически организованных, ориентированных систем. Эколого-географические проблемы природопользования нефтегазовых регионов. Вторая международная конференция (Нижневартовск, 20-22 октября, 2003). Нижневартовск: Нижн-ск. педагог. ин-т., 2003. С. 35-41.

[2] Дубко В.А. Проблема инвариантности и алгоритм построения множества автоморфных преобразований для заданной фунции. Вторая международная, научно-практическая коференция «Открытые эволюционирующие системы» (1-30 сентября, 2003) - Т.2. Киев: ВМУРоЛ, 2004. С. 66-68.

ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Г.Г. Дурнов *(ДВГУ, Владивосток)*

В монографии [1, с.125-130] приводится ряд эффективных оценок характеристических показтелей решений линейных уравнений второго порядка с периодическими коэффициентами (В.А. Якубович) и векторного уравнения Хилла (Г.Г. Дурнов), некоторые из них точны в определенном смысле. Однако, остались нерешенными некоторые вопросы.

В данной работе рассматривается ситема вида

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1^{'} = a_{11}(t)x_1 + a_{12}(t)x_2 \\ x_2^{'} = a_{21}(t)x_1 + a_{22}(t)x_2 \end{array} \right. \tag{1}$$

Далее, при формулировке некоторых из полученных результатов, полагаем, что в (1) $a_{11}(t) = a_{22}(t)$. Это ограничение не является стеснительным, так как при $a_{12}(t) \neq 0$ система (1) сводится, без изменения характеристических показателей к аналогичной системе, в которой указанные коэффициенты равны.

Теорема. Пусть $Re\alpha$ - вещественная часть характеристического показателя α системы (1), где $a_{ij}(t)(i, j = 1, 2)$ - некоторые вещественные T-периодические кусочно непрерывные функции, и $a_{11}(t) = a_{22}(t)$.

1. Если c_1 и c_2 - любые положительные числа, то

$$\frac{1}{T}\int_0^T a_{11}(t)dt - \int_0^T \left|c_1 a_{12}(t) + c_2 a_{21}(t)\right| dt \leq Re\alpha \leq$$

$$\leq \frac{1}{T}\int_0^T a_{12}c(t)dt + \frac{1}{2\sqrt{c_{22}}T}\int_0^T \left|c_1 a_{12}(t) + c_2 a_{21}(t)\right| dt.$$

2. Если $p(t) = -a_{21}(t)a_{12}^{-1}(t) \geq \beta(\beta$ - постоянная), то справедливо неравенство

$$\frac{1}{T}\int_0^T a_{11}(t)dt - \frac{1}{4T}\int_0^T \left|\frac{P'(t)}{P(t)}\right| dt \leq Re\alpha \leq$$

$$\leq \frac{1}{T}\int_0^T a_{11}(t)dt + \frac{1}{4T}\int_0^T \left|\frac{P'(t)}{P(t)}\right| dt.$$

При получении результатов использовалась общая теорема об оценках характеристических показателей, [c.118-121] и определенным образом построенные функции Ляпунова.

С использованием полученных оценок обобщена теорема о ограниченной устойчивости динамической системы, описываемой линейным уравнением второго порядка, [1, c.130-132], на случай соответсвующей линейной системы.

[1] Якубович В.А., Старжинский В.М. Линейные дифференциальные уравнения с переодическими коэффициентами и их приложения // М.: Наука, 1972. 718 с.

РАВЕНСТВО ОБОБЩЕННЫХ ЕМКОСТИ И МОДУЛЯ ПОЛИКОНДЕНСАТОРА

Ю. В. Дымченко, В.В. Шлык *(ДВГУ, Владивосток)*

Пусть G – открытое ограниченное множество в R^n, F_{ij}, $i = 0, 1$– замкнутые множества в $\bar{G}$ такие, что $F_{0j} \cap F_{1j} = \emptyset$, $j = 1, 2, \ldots, m$. Назовем поликонденсатором набор $F = \{(F_{01}, F_{11}), \ldots (F_{0m}, F_{1m}), G\}$. Набор функций $(u_1, \ldots, u_m)$ будем называть допустимым для поликонденсатора F, если каждая $u_j(x)$ локально липшицева в G, имеет пределы 0 и ≥ 1 при стремлении $x \in G$ к некоторой точке множества F_0 и F_1 соответственно по (p, w)-почти всем кривым, $j = 1, 2, \ldots, m$.

Пусть $\mathcal{A} = \mathcal{A}(x)$ – положительно определенная симметрическая $n \times n$-матрица с элементами $a_{ij}(x)$, удовлетворяющими условию:

$$c_0^{-2} w^{2/p} |\xi|^2 \leq \sum_{i,j} a_{ij}(x) \xi_i \xi_j \leq c_0^2 w^{2/p} |\xi|^2$$

для любого вектора $\xi \in R^n$ и $c_0 \geq 1$ – некоторая константа, w – вес Макенхаупта. Пусть $p > 1$. Емкостью поликонденсатора F назовем величину

$$C_{\mathcal{A},p}(F) = \inf \int\limits_G \max_{1 \leq i \leq m} \left(\sum_{k,l=1}^{n} a_{kl} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \right)^{p/2} w \, dx,$$

где инфимум берется по всем допустимым для F наборам функций $u = (u_1, \ldots u_m)$.

Пусть Γ – семейство кривых, соединяющих F_{0j} и F_{1j} в G, $j = 1, 2, \ldots, m$. Определим модули этого семейства $M_{\mathcal{A},p}(d\Gamma)$ и $M_p(|\sqrt{\mathcal{B}} d\Gamma|)$ так же, как в [1]. Доказана следующая

Теорема. $C_{\mathcal{A},p}(F) = M_{\mathcal{A},p}(d\Gamma) = M_p(|\sqrt{\mathcal{B}} d\Gamma|)$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 08-01-00028), ведущих научных школ РФ (грант № 28.10.2008.1) и ДВО РАН (грант № 09-CO-01-009).

[1] Aikawa H., Ohtsuka M. Extremal length of vector measures // Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A. vol. 24, 1999. P. 61–88.

К ТЕОРИИ СИНГУЛЯРНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

И.Е. Егоров *(ФГНУ НИИ математики при ЯГУ, Якутск)*

Известно, что теория сингулярных и вырождающихся уравнений породила обширную литературу. Еще в работах Р. Куранта, А.В. Бицадзе, С.А.Терсенова и А.М.Нахушева обсуждались постановки весовой задачи Коши и весовых граничных условий для вырождающихся уравнений с частными производными. Отметим, что с помощью операторов преобразования типа Пуассона и Сонина в работе [2] изучена общая весовая граничная задача для сингулярного эллиптического уравнения с оператором Бесселя. В основном, операторы преобразования Пуассона и Сонина применялись к решению задачи Коши для уравнения Эйлера-Пуассона-Дарбу второго порядка [1].

В первой части сообщения рассматривается общая краевая задача на полуоси для сингулярного обыкновенного дифференциального уравнения порядка 2m. При этом постановка краевой задачи включает m весовых граничных условий [3].

Далее обсуждается весовая задача Коши для сингулярного гиперболического уравнения четного порядка с оператором Бесселя по времени [4]. Для решения весовой задачи Коши применяются операторы преобразования Пуассона и Сонина.

[1] Курант Р. Уравнения с частными производными. М.: Мир, 1964.

[2] Катрахов В.В. Общие краевые задачи для одного класса сингулярных и вырождающихся эллиптических уравнений// Матем. Сб. 1980, Т. 112. № 3. С. 354-379.

[3] Егоров И.Е. Об общей краевой задаче для сингулярного обыкновенного дифференциального уравнения// Математические заметки ЯГУ. 2008. Т. 15. вып.1. С.45-51.

[4] Егоров И.Е., Федоров В.Е. Неклассические уравнения математической физики выского порядка. Новосибирск: Изд-во ВЦ СО РАН, 1995.

ТЕОРЕМЫ О σ - СЛЕДАХ

Е.Д. Емцева *(ВГУЭС, Владивосток)*

Через r, φ обозначим геодезические полярные координаты плоскости Лобачевского $\mathbb{H}^2$ с центром в некоторой точке $\mathcal{O}$ (особой точке), а через Ω – ограниченную область с гладкой границей $\partial\Omega$, содержащую $\mathcal{O}$. Пусть $\overset{\circ}{T}{}^{\infty}(\Omega_{\mathcal{O}})$ множество функций f из $C^\infty(\overline{\Omega}\backslash\{\mathcal{O}\})$, для которых справедливо разложение по угловым гармоникам. $A(\Theta)$ – множество определенных на единичной окружности Θ вещественно-аналитических функций $\psi(\varphi)$,для которых при каждом $h \in (0,1)$ конечны нормы

$\|\psi\|_h^2 = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{l=1}^{d_k}|\psi_k^l|^2 h^{-2k}$, где ψ_k^l – коэффициенты разложения функции ψ по угловым гармоникам. Функциональное пространство $M^s(\Omega_{\mathcal{O}})$ есть обобщенное замыкание пространства $\overset{\circ}{T}{}^{\infty}(\Omega_{\mathcal{O}})$. Для функций $f \in T^\infty(\overline{\Omega}\backslash\mathcal{O})$ определим σ-след в точке $\mathcal{O}$:

$$\sigma f\big|_{\mathcal{O}} = \lim_{r\to 0}\int_{-\pi}^{\pi} \Sigma(r,\varphi,\varphi')f(r,\varphi')d\varphi',$$

где ядро интегрального оператора имеет вид

$$\Sigma(r,\varphi,\varphi') = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{2\,\mathrm{th}(r/2)\cos(\varphi-\varphi') - 2\,\mathrm{th}^2(r/2)}{1-2\,\mathrm{th}(r/2)\cos(\varphi-\varphi')+\mathrm{th}^2(r/2)} + \frac{\sqrt{2\pi}}{\ln(1/\,\mathrm{th}(r/2))}\right).$$

Определим σ-след для функций из пространства $M^s(\Omega_{\mathcal{O}})$ формулой

$$\sigma f\big|_{\mathcal{O}} = \lim_{j\to\infty}\sigma f^j\big|_{\mathcal{O}},$$

где $\{f^j\} \in \overset{\circ}{T}{}^{\infty}(\Omega_{\mathcal{O}})$–последовательность функций, сходящаяся к $f \in M^s(\Omega_{\mathcal{O}})$ при $j \to \infty$. Доказаны следующие теоремы о σ–следах, имеющие аналог для евклидовых пространств [1].

Теорема 1. *При $s \geqslant 0$ для каждой функции $f \in M^s(\Omega_{\mathcal{O}})$ существует σ–след $\sigma f\big|_{\mathcal{O}} \in A(\Theta)$. При этом оператор $f \to \sigma f\big|_{\mathcal{O}}$ непрерывно отображает пространство $M^s(\Omega_{\mathcal{O}})$ в пространство $A(\Theta)$.*

Теорема 2. *Для любой функции $\psi \in A(\Theta)$ существует функция f, гармоническая на всей плоскости $\mathbb{H}^2 \setminus \{\mathcal{O}\}$, принадлежащая пространству $M^s(\Omega_{\mathcal{O}})$ при любом $s \geqslant 0$, для которой ψ является ее σ-следом.*

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ(проект НШ-2810.2008.1).

[1] Катрахов В.В. Об одной сингулярной краевой задаче для уравнения Пуассона// Мат. сб. 1991. Т. 182. № 6. С. 849-876.

ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ЧИСЕЛ ОПЕРАТОРОВ ХАРДИ И РИМАНА-ЛИУВИЛЛЯ В КВАЗИБАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

В.С. Ермакова *(ДВГУПС, Хабаровск)*, **Е.Н. Ломакина** *(ХГАЭП, Хабаровск)*

В последние годы особый интерес представляют случаи операторов, для которых удается получить точные двусторонние оценки секвенциальных норм последовательностей аппроксимативных и энтропийных чисел. В работах [1]-[2] проведено подробное исследование асимптотического поведения аппроксимативных и энтропийных чисел интегральных операторов Харди и Римана-Лиувилля в банаховых пространствах. Представленные результаты работы дополняют исследования в данной области случаем квазибанаховых пространств.

[1] Lifshits M.A., Linde W. Approximation and entropy numbers of Volterra operators with application to Brownian motion. // Mem. Am. Math. Soc. 2002. V. 745, P. 1-87.

[2] Ломакина Е.Н., Степанов В.Д. Асимптотические оценки аппроксимативных и энтропийных чисел одновесового оператора Римана – Лиувилля // Математические труды. Т. 9. №1. 2006. С. 52-100.

ВЫСШИЕ ИЕРАРХИИ ТИПА КП И ПРОКОЛОТЫЕ ЛЕНТЫ

А.Б. Жеглов *(МГУ, Москва)*, **Д.В. Осипов** *(МИРАН, Москва)*

Хорошо известна связь между решениями уравнения Кадомцева-Петвиашвили (или иерархии КП), кольцами коммутирующих дифференциальных операторов, спектральными кривыми и геометрией бесконечномерного грассманиана. А.Н. Паршиным было предложено обобщение соответствия Кричевера на алгебраические поверхности с дополнительным набором данных. Им же было начато изучение высших иерархий типа КП. Мы планируем рассказать о связи решений этих систем с новыми геометрическими объектами (пунктированными лентами), введенными в совместных работах с Д.Осиповым и H.Kurke, на которые обобщается соответствие Паршина, и которые позволяют построить некоторый аналог теории КП в двумерном случае. А именно, в работах [1], [2], [3] построен аналог геометрических данных Кричевера, состоящих из проколотых лент и пучков без кручения на них, обобщено соответствие Кричевера между геометрическими данными и аналогами пар Шура в двумерном локальном поле, а также построен аналог якобиана кривой: формальная схема Пикара проколотой ленты.

Работы выполнены при финансовой поддержке РФФИ (грант 08-01-00095-а), Программой Президента РФ “Поддержка ведущих научных школ” (грант НШ-4578.2006.1, грант НШ-1987.2008.1), грантом Национальных Научных

Проектов 2.1.1.7988, программой Президента РФ "Поддержка молодых российских ученых"(грант МК-864.2008.1).

[1] Zheglov A.B. Two dimensional KP systems and their solvability, // preprint of Humboldt University, e-print arXiv:math-ph/0503067.

[2] Kurke H., Osipov D., Zheglov A. Formal punctured ribbons and two-dimensional local fields,// Journal für die reine und angewandte Mathematik, 629 (2009), 133-170.

[3] Kurke H., Osipov D., Zheglov A. Formal groups arising from formal punctured ribbons,// preprint of ESI 2094, Wien, (2008), 42 p.; preprint in arXiv: http://arxiv.org/abs/0901.1607.

СРЕДНЕЕ КОЛИЧЕСТВО ОТНОСИТЕЛЬНЫХ МИНИМУМОВ ТРЕХМЕРНЫХ ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ РЕШЕТОК

А.А. Илларионов *(ХО ИПМ ДВО РАН, Хабаровск)*

Множество $\Gamma = \{k_1 m^{(1)} + \ldots + k_s m^{(s)} : \quad k_i \in \mathbb{Z}\}$, где $m^{(i)}$ $(i = \overline{1,s})$ – линейно независимые вектора из $\mathbb{Z}^s$, называется s-мерной (полной) целочисленной решеткой. Модуль определителя матрицы, столбцами которой являются вектора $m^{(i)}$, называется определителем Γ. Ненулевой узел $\gamma \in \Gamma$ называется относительным минимумом $\Gamma \in \mathcal{L}_t(\mathbb{R}^s)$, если не существует другого ненулевого узла $\gamma' \in \Gamma$, для которого

$$|\gamma_i'| \le |\gamma_i| \quad i = \overline{1,s}, \qquad \sum_{i=1}^{s} |\gamma_i'| < \sum_{i=1}^{s} |\gamma_i|.$$

Понятие относительного минимума впервые появилось в конце 19 века в работах Вороного и Минковского в связи с обобщением конструкции непрерывных дробей на многомерный случай. В последнее время эта тема вызывает все больший интерес. В связи с этим возникли естественные вопросы о количестве относительных минимумов. Эта тема достаточно полно исследована для двумерных решеток (вытекает из теории непрерывных дробей) и практически не изучена для решеток размерности три и выше. Для таких решеток известны только неулучшаемые оценки максимального числа относительных минимумов.

Обозначим $\mathfrak{M}(\Gamma)$ – множество относительных минимумов решетки Γ, $\mathcal{L}(\mathbb{Z}^s; N)$ – множество s-мерных целочисленных решеток определителя N, $\#X$ – число элементов конечного множества X,

$$W_s(N) = \frac{\sum\limits_{n=1}^{N} \sum\limits_{\Gamma \in \mathcal{L}(\mathbb{Z}^s; n)} \#\mathfrak{M}(\Gamma)}{\sum_{n=1}^{N} \#\mathcal{L}(\mathbb{Z}^s; n)}$$

– среднее число относительных минимумов s-мерных целочисленных решеток равномерно распределенного на $[1, N]$. Есть основания полагать, что

$$W_s(N) \sim C(s) \ln^{s-1} N \quad \text{при } N \to +\infty, \tag{1}$$

где $C(s)$ – постоянная, зависящая только от размерности s. При $s = 2$ формула (1) вытекает из теории непрерывных дробей (среднее число шагов в алгоритме Евклида).

В настоящей работе вычисляется асимптотика $W_3(N)$. Доказывается, что

$$W_3(N) = C \ln^2 N + O(\ln N).$$

Постоянная C не зависит от N и равна линейной комбинации некоторых 4-х мерных интегралов.

Автор благодарен В.А. Быковскому за внимание и полезные советы.

Работа выполнена при финансовой поддержке ДВО РАН (проекты № 09-I-П4-03, № 09-III-В-01-020) и РФФИ (проект № 07-01-00306).

КОПРЕДСТАВЛЕНИЕ СИММЕТРИЧЕСКОЙ ГРУППЫ

В.А. Казинец *(ДВГГУ, Хабаровск)*

Первые генетические коды симметрической группы S_n нашли Бернсайд [1897] и Мур [1897]. Код Бернсайда

$$R^n = R_1^2 = (R \cdot R_1)^{n-1} = [R^{-r+1} \cdot (R \cdot R_1)^{r-1}]^r =$$
$$= (R^{-j} \cdot R_1 \cdot R^j \cdot R_1)^2 = E,\ 2 \le r \le n,\ 2 \le j \le \tfrac{n}{2}$$

с порождающими $R = (1, 2, 3, \ldots, n)$ и $R_1 = (1, 2)$ содержит на самом деле много лишних соотношений.

В настоящее время широко используется следующий генетический код, состоящий из трех множеств соотношений:

$$R_1^2 = E \qquad (1)$$
$$R_i \cdot R_{i+1} \cdot R_i = R_{i+1} \cdot R_i \cdot R_{i+1}, \quad 1 \le i \le n-2 \qquad (2)$$
$$R_i \cdot R_j = R_j \cdot R_i, \quad i \le j-2 \qquad (3)$$

Он интересен тем, что соотношения (2) и (3) определяют артинову группу кос.

В группе S_n, $R_i = (i, i+1)$, E – единичный элемент.

Такие задания группы S_n имеют свои, не очень приятные, особенности – по ним, как правило, мало что можно сказать об абстрактном строении группы. Мы предлагаем генетический код, позволяющий, в определенном смысле, однозначно описывать элементы группы S_n через порождающие.

Теорема 1. *Множество соотношений*

$$x_i^{i+1} = e, \qquad i = \overline{1, n-1}$$
$$x_k \cdot x_i = x_1 \cdot x_{i+1} \cdot x_k, \quad k > i$$

задают копредставление группы S_n.

Здесь $x_i = R_1 \cdot R_2 \cdot \ldots \cdot R_i$.

Теорема 2. *Множество соотношений*

$$x_1^2 = e,$$
$$x_k \cdot x_i = x_1 \cdot x_{i+1} \cdot x_k, \quad k > i$$

задают копредставление группы S_n.

Следует отметить, что в качестве образующих можно выбрать элементы $y_i = x_i^i$, что приведет к другому генетическому коду симметрической группы.

Полученный генетический код группы позволяет доказать следующую теорему.

Теорема 3. *Любой элемент* g *группы* S_n *однозначно представляется в виде*

$$g = x_1^{\alpha_1} \cdot x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_{n-1}^{\alpha_{n-1}},\ 0 \leq \alpha_i \leq i$$

Теорема 3 позволяет получить ряд интересных следствий.

Следствие 1. *Элемент группы* S_n *принадлежит знакопеременной подгруппе тогда и только тогда, когда*

$$\sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i \cdot i \equiv 0 \, mod \, 2.$$

Следствие 2. *Имеет место равенство*

$$\sum_{g \in S_n} g = \prod_{i=1}^{n-1} (1 + x_i + \ldots + x_i^{i+1}).$$

Следствие 3. *Имеет место равенство*

$$\sum_{g \in S_n} Sgn\ (g) \cdot g = \prod_{i=1}^{n-1} (1 + (-x_i) + \ldots + (-x_i)^{i+1}).$$

Следствие 4. *Множество соотношений*

$$x_k \cdot x_i = x_1 \cdot x_{i+1} \cdot x_k,\ 1 \leq i < k \leq n$$

определяют артинову группу кос.

[1] Казинец В.А. Определяющие соотношения для симметрической группы. (тезисы) // Дальневосточная математическая школа - семинар им. ак. Е.В.Золотова: тез. докл. Владивосток: Дальнаука. 2000. С. 122–124.

[2] Коксетер Г.С.М., Мозер У.О.Дж. Порождающие элементы и определяющие соотношения дискретных групп: Пер. с англ. / Под ред. Ю.И. Мерзлякова // М.: Наука. 1980 – 240 с.

НЕРАВЕНСТВО ДЛЯ МОДУЛЕЙ РАЦИОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

С.И. Калмыков *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

В докладе представлены точные неравенства для модулей полиномов и рациональных функций. В качестве примера приведем следующую теорему.

Теорема. *Пусть рациональная функция*

$$r(z) = \frac{c_m z^m + ... + c_0}{\prod\limits_{k=1}^{n} (z - a_k)},\ c_m \neq 0,$$

удовлетворяет условиям: $|a_k| > 1$, $k = 1, ..., n$, $\max\{|r(z)| : |z| = 1\} = 1$. *Тогда для любого*

$$\rho > R = \frac{\prod\limits_{k=1}^{n} |a_k|}{|c_m|} + \sqrt{\frac{\prod\limits_{k=1}^{n} |a_k|^2}{|c_m|^2} - 1} \geq 1$$

и любой точки z на окружности $|z| = \rho$ выполняется неравенство

$$|r(z)| \geq t_0 \rho^{1+m-n} |B(z)|, \tag{1}$$

где t_0, $0 < t_0 < 1$, *– корень уравнения*

$$|c_m|(1+t)^2\rho = (\rho+R)^2 t \prod_{k=1}^{n} |a_k|,$$

а

$$B(z) = z^{(m-n)_+} \prod_{k=1}^{n} \frac{1-\overline{a}_k z}{z-a_k}.$$

Равенство для любого $\rho > 1$ *и любой точки* z *на окружности* $|z| = \rho$ *достигается для функции* $r(z) = B(z)$.

Неравенство (1) дополняет неравенство (6) в работе [1]. Доказательство теоремы использует оценку радиуса однолистности регулярной в единичном круге функции [2] и восходит к замечанию в работе [3, стр. 59].

Работа выполнена при финансовой Российского Фонда Фундаментальных Исследований (грант 08-01-00028), ДВО РАН (грант 09-I-П4-02) и ведущих научных школ РФ (грант - НШ - 2810.2008.1).

[1] Govil N.K., Mohapatra R.N. Inequalities for Maximum Modulus of Ratioanl Functions with Prescribed Poles, Approximation Theory: In Memory of A.K. Varma, Marcel Dekker, Inc., New York, 1998, P. 255-263.

[2] Goodman A.W. Univalent functions. I. Tampa, FL: Mariner Publ., 1983.

[3] Дубинин В.Н. Лемма Шварца и оценки коэффициентов для регулярных функций со свободной областью определения // Мат. сборник. 2005. Т. 196. Вып. 11. С. 53-74.

ЗАДАЧИ ОБ ЭКСТРЕМАЛЬНОМ РАЗБИЕНИИ СО СВОБОДНЫМИ ПОЛЮСАМИ НА ОТРЕЗКЕ

Д.А. Кириллова *(ДВГСГА, Биробиджан)*

В геометрической теории функций хорошо известна задача о максимуме произведения степеней конформных радиусов попарно неналегающих односвязных областей D_k, содержащих данные точки $a_k \in D_k \subset \overline{\mathbb{C}}$, $\alpha_k > 0, m \geqslant 2$

[1, 2]. В работе [1] поставлен ряд задач с новыми ограничениями на "свободные полюсы" a_k, а также, учитывающих последующие члены в асимптотическом разложении функции Грина. В докладе рассматриваются теоремы, дающие решения некоторых из этих задач.

Теорема 1. *Пусть точки* $a_1 = -a_m = 1$, $a_k \in (-1,1)$, $k = \overline{2, m-1}$ $(m \geqslant 3)$; *области* $D_k, a_k \in D_k \subset \overline{\mathbb{C}}, k = \overline{1,m}$ *попарно не нелегают. Тогда*

$$r^{1/4}(D_1,1)r^{1/4}(D_m,-1)\prod_{k=2}^{m-1}\frac{r(D_k,a_k)}{\sqrt{1-a_k^2}} \leqslant \frac{1}{2}\left(\frac{2}{m-1}\right)^{m-1}.$$

Равенство имеет место в случае, когда $a_k = \cos\frac{2\pi(k-1)}{2m-2}, k = \overline{2, m-1}$, *и области* D_k *ограничены кривыми* $\{z = (\zeta + 1/\zeta)/2 | \zeta^{2m-2} \in [-1, 0]\}$.

Аналогичный результат имеет место, когда $a_1 = 1$ и остальные точки принадлежат интервалу $(-1,1)$.

Если область D имеет функцию Грина $g_D(z,\zeta)$, то $\log r(D,a) = h_D(a,a)$, где $h_D(z,\zeta) = g_D(z,\zeta) + \log|z-\zeta|$. Желая рассмотреть характеристику, учитывающую последующие члены в разложении функции Грина, рассмотрим симметрическую разность $H(D,z,\zeta) = h_D(z,z) + h_D(\zeta,\zeta) - 2h_D(z,\zeta)$, а также предел $K(D,z_0,\varphi) := -\frac{1}{4\pi}\lim\limits_{\rho\to 0} H(D, z_0 - \rho e^{i\varphi}, z_0 + \rho e^{i\varphi})/\rho^2$. Учитывая связь величины $K(D,z_0,\varphi)$ с известными ядрами Бергмана и неравенство со страницы 98 работы [1], получаем следующий результат.

Теорема 2. *Пусть точки* $a_k \in (-1,1)$, $k = \overline{1,m}(m \geqslant 1)$; *области* D_k, $a_k \in D_k \subset \overline{\mathbb{C}}, k = \overline{1,m}$ *попарно не налегают, и дополнение* $\overline{\mathbb{C}} \setminus \bigcup\limits_{k=1}^{m} D_k$ *содержит некоторый континуум, соединяющий точки -1 и 1. Тогда*

$$\sum_{k=1}^{m}(1-a_k^2)K(D_k,a_k,\frac{\pi}{2}) \geqslant \frac{1}{12\pi}m(2m-1).$$

Равенство имеет место в случае, когда $a_k = \cos\frac{\pi(2k-1)}{2m}, k = \overline{1,m}$, *и области* D_k *ограничены кривыми* $\{z = (\zeta + 1/\zeta)/2 | \zeta^{2m} \in [0,1]\}$.

[1] Дубинин В.Н. Емкости кондесаторов, обобщения лемм Гретша и симметризация, Зап. науч. семин. ПОМИ **337** (2006), 73 – 100.

[2] Бахтин А.К., Бахтина Г.П., Зелинский Ю.Б. Тополого-алгебраические структуры и геометрические методы в комплексном анализе, Ін-т математики НАН України. – 2008. – Т.73. – 308 с.

INTERACTION OF DROPS IN NON-ISOTHERMAL VISCOUS FLOW BOUNDARY INTEGRAL SIMULATIONS

O. M. Lavrenteva *(Technion,Haifa, Israel)*, **A. Nir** *(Technion, Haifa, Israel)*

The main advantage of BIE (Boundary Integral Equations) simulation of drops and bubbles in viscous flow is the reduction of the dimension of linear problems as their implementation involves values of the variables only on the interfaces. Most of the numerous BIE simulation that are available in literature are devoted to multiphase problems with tangential stresses continuous across the interfaces that is typical for pure interfaces in isothermal fluids. In contrast to this, in processes accompanied with heat or mass-transfer, surface tension that depends on temperature and concentration of surface-active substance is not constant. From the mathematical point of view, the boundary integral equation modeling of such flows contains an additional term with a tangential stress jump, which provides additional difficulties in the course of numerical solutions.The goal of the present work is to extend our previous studies of spontaneous thermocapillary effect physically relevant cases of 3D motion in the presence of external flow, making use of boundary integral equations method.

We report a 3D boundary-integral code for the accurate calculations of the evolution of highly deformable drops in the presence of tangential stress jump simulations of drops interaction and deformation in the presence of Marangoni effect. A triangular mesh is employed. At each time step, singular integral equations for the temperature and velocity at the interface are solved by simple iterations. The accuracy computations of singular integrals is improved making use of singularity and near-singularity subtraction. The nodes are first advanced according to computed velocities and then redistributed over the interface. The number of nodes is kept constant.

The results of the simulation of two drops motion and interaction under the combined action of buoyancy and thermocapillarity are presented. The case of an initially deformed single drop in a gravity field, the case of an initially spherical drop in linear flow and that of pair wise drops interaction in shear flow and under external forcing. Simulations of the motion without Marangoni effect were also perform in order to test our code by comparing with available results and to illuminate the effect thermocapillarity. Our simulations show that even weak Marangoni effect may drastically change the deformation pattern in critical and near critical situations.

THE RIEMANN ZETA-FUNCTION AND PROBABILITY

A. Laurinčikas *(Vilnius University, Šiauliai University, Institute of Mathematics and Informatics)*

Let, as usual, $\zeta(s)$, $s=\sigma+it$, denote the Riemann zeta-function. In the theory of the function $\zeta(s)$, probabilistic methods occupy an important place [1]. The first results in this direction were obtained by H. Bohr and B. Jessen probably 80 years ago. In the report, we will give a survey on modern limit theorems in the sense of weak convergence of probability measures in various spaces for the Riemann zeta-function, and their application to the universality. Also, we will discuss the relation between the Lindelöf hypothesis and limit theorems. Finally, we will present some characterization of the asymptotic dependence between $|\zeta(s)|$ and $\zeta(s)$.

[1] Laurinčikas A. Limit Theorems for the Riemann Zeta-Function // Kluwer, Dordrecht, Boston, London, 1996.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ СТЕФАНА ДЛЯ КВАЗИЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ

К.В. Лисенков *(ТОГУ, Хабаровск)*

Исследуется однофазная задача Стефана с неизвестной границей для определения $u(x,t)$, $s(t)$ в области $Q_s = \{(x,t) : 0 < x < s(t), 0 < t < T\}$

$$u_t(x,t) = \frac{\partial}{\partial x}\varphi(u_x(x,t)) + a(x,t)u_x(x,t) + b(x,t)u(x,t), (x,t) \in Q_s,$$

$$u(x,0) = u_0(x), 0 \leq x \leq 1,$$

$$\varphi(u_x(x,t)) = 0, x = 0, 0 < t < T,$$

$$u(x,t) = 0, x = s(t), 0 < t < T,$$

$$\varphi(u_x(x,t)) = -ks'(t), x = s(t), 0 < t < T.$$

Рассматриваются случаи:

1) k задано (задача Стефана);

2) k неизвестно (задача типа Стефана).

При некоторых ограничениях $\varphi(\xi), a(x,t), b(x,t), u_0(x)$ доказана теорема разрешимости из класса $u(x,t) \in W_2^1(Q_s) \bigcup L_\infty(0,T; W_2^1(0,1))$, $\frac{\partial}{\partial x}\varphi(u_x(x,t)) \in L_2(Q_s)$; $s(t) \in W_2^1(0,T), s'(t) \geq 0$, если $k > 0$ задана;

$$ks(t) \in W_2^1(0,T), k \geq 0,$$

если $k > 0$ неизвестна.

Случай уравнения со степенной нелинейностью по решению рассматривается в [1].

Задача решается методом последовательных приближений, на основании которого произведены и численные расчеты.

[1] Подгаев А.Г. Задача определения скрытой удельной теплоты плавления по величине зоны протаивания // Доклады РАН. 1997. Т. 353, № 3. С. 313-315.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ В ШАРЕ

Л.В. Марченко *(ДВГУПС, Хабаровск)*

Функция распределения собственных значений $N(\lambda)$ дифференциального уравнения $\Delta U + \lambda U = 0$ с краевым условием $\frac{\partial u}{\partial n} + \sigma u = 0$ при $\lambda \to \infty$ в трехмерных областях Ω имеет вид

$$N(\lambda) = \frac{mes\Omega}{6\pi^2}\lambda^{3/2} + O\left(\lambda \ln \lambda\right).$$

В частности, для шара справедлива формула

$$N(\lambda) = \frac{2R^3}{9\pi}\lambda^{3/2} + O\left(\lambda \ln \lambda\right).$$

Г. Вейль высказал гипотезу о возможности выделения второго регулярного члена в асимптотической формуле для $N(\lambda)$. Для двумерных и некоторых трехмерных областей была получена двучленная формула с остаточным членом $o(\lambda)$. Так, для цилиндрической области $\Omega \subset R^3$ с кусочно-гладкой границей Γ, при $\lambda \to \infty$ имеет место формула

$$N(\lambda) = \frac{V(\Omega)}{6\pi^2}\lambda^{3/2} \pm \frac{S(\Omega)}{16\pi}\lambda + O\left(\lambda^{5/6}\right),$$

где $S(\Omega)$ – площадь полной поверхности цилиндра, $V(\Omega)$ – объем цилиндрической области.

В докладе рассматривается получение двучленной асимптотической формулы для функции распределения собственных значений краевой задачи в шаре. При этом задача о числе собственных значений $\lambda_{n,m} \le \lambda$ сводится к задаче теории чисел о числе целых точек области.

[1] Курант Р., Гильберт Д. Методы математической физики. Т. 1. — М.-Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1951 г., 476 с.

[2] Кузнецов Н.В. Асимптотическое распределение собственных частот плоской мембраны в случае разделяющихся переменных. — Дифференциальные уравнения, 1966 г., т. 2, № 10.

ВЫРАЖЕНИЕ ПЕРИОДОВ ПЛОСКОЙ КУБИЧЕСКОЙ КРИВОЙ ЧЕРЕЗ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

N. Matsuki, S. Tanabé

(Department of Mathematics, Kumamoto University, Kumamoto, Japan)

В данном докладе мы представим одну любопытную интерпретацию периодов плоской кубической кривой как некой линейной комбинации гипергеометрических функций Гаусса. Здесь в качестве нормальной формы кубической кривой используется форма Гессе. Мы исследуем ее деформацию с помощью параметра "λ". Ее период определяется интегралом голоморфной 1-формы вдоль пути, соответствующему одному циклу из группы гомологии кривой. Оказывается, что период, определенный для каждой голоморфной 1-формы, допускает выражение в виде линейной комбинации гипергеометрических функций Гаусса от переменной "λ". В ее коэффициентах появляются такие трансцендентные функции, как Гамма- и Бета-функции. Этот факт нам кажется достаточно любопытным, в связи с пониманием важных ролей, которые должны сыграть трансцендентные функции в топологии или алгебраической геометрии. Наше изложение следует, главным образом, работе [1].

[1] K. Matsumoto, T. Terasoma and S. Yamazaki On periods of cubic curves of the Hesse canonical form, Preprint, August 25, 2008.

РЕШЕНИЕ ПОЛУКОЭРЦИТИВНОЙ СКАЛЯРНОЙ ЗАДАЧИ СИНЬОРИНИ МЕТОДОМ УДЗАВЫ НА ОСНОВЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО ФУНКЦИОНАЛА ЛАГРАНЖА

Р.В. Намм, А.С. Ткаченко *(ТОГУ, Хабаровск)*

Рассматривается полукоэрцитивная задача Синьорини, вариационная постановка которой имеет следующий вид:

$$\begin{cases} J(v) = \frac{1}{2}\int\limits_{\Omega} |\nabla v|^2 \, d\Omega - \int\limits_{\Omega} f v d\Omega \to \min \\ v \in G = \left\{ w \in W_2^1(\Omega) : \gamma w \geq 0 \ \Gamma \right\}, \end{cases} \tag{1}$$

где $\Omega \in R^n (n = 2, 3)$ - ограниченная область с достаточно гладкой границей Γ.

Введем модифицированный функционал Лагранжа $M(v, l) = J(v) + \frac{1}{2r}\int\limits_{\Gamma} \left\{ \left[(l - r\gamma v)^+ \right]^2 - l^2 \right\} d\Gamma$, где $r > 0$ - const. При условии, что решение u^* задачи (1) принадлежит пространству $W_2^2(\Omega)$, точка $\left(u^*, \frac{\partial u}{\partial n}^* \right)$ будет единственной седловой точкой для модифицированного функционала Лагранжа [1], т.е.

$$M(u^*, l) \leq M\left(u^*, \frac{\partial u}{\partial n}^* \right) \leq M\left(v, \frac{\partial u}{\partial n}^* \right) \ \forall (v, l) \in W_2^1(\Omega) \times L_2(\Gamma).$$

Пусть $(u^0, l^0) \in W_2^1(\Omega) \times W_2^{1/2}(\Gamma)$ - произвольная стартовая точка. Метод Удзавы вырабатывает последовательность $\left\{ (u^k, l^k) \right\}$ в два этапа:

1. на $(k+1)$-ой итерации строится сильно выпуклый в $W_2^1(\Omega)$ функционал

$$L_k(v) = M(v, l^k) + \frac{1}{2} \left\| v - u^k \right\|_{L_2(\Omega)}^2$$

и определяется точка $u^{k+1} \in W_2^1(\Omega)$ из условия

$$\left\| u^{k+1} - \bar{u}^{k+1} \right\|_{W_2^1(\Omega)} \leq \delta_k,$$

где $\bar{u}^{k+1} = \arg\min\limits_{v \in W_2^1(\Omega)} L_k(v)$, $\delta_k > 0$, $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \delta_k < \infty$;

1. двойственная переменная l^{k+1} корректируется по формуле $l^{k+1} = (l^k - r\gamma u^{k+1})^+ = \max\left\{0, l^k - r\gamma u^{k+1}\right\}$.

Исследована сходимость последовательности $\left\{(u^k, l^k)\right\}$ к седловой точке.

[1] Ву Г., Намм Р.В., Сачков С.А. Итерационный метод поиска седловой точки для полукоэрцитивной задачи Синьорини, основанный на модифицированном функционале Лагранжа // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2006. Т. 46. №1. С. 26–36.

НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ОПЕРАТОРОВ К ИНТЕГРАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ

И.М. Новицкий *(ХО ИПМ ДВО РАН, Хабаровск)*

Дается метод сведения интегрального уравнения 3-го рода с произвольным измеримым ядром и произвольным измеримым ограниченным коэффициентом, имеющим нулевые значения, к эквивалентному интегральному уравнению уравнению 1-го или 2-го рода с бесконечно гладким ядром карлемановского типа. Для последних предлагаются явные методы решения.

[1] Novitskiĭ I.M. Unitary equivalence to integral operators and an application // Int. J. Pure Appl. Math. 2009. Vol. 50, N 2. P. 295-300.

МОМЕНТ-УГОЛ МНОГООБРАЗИЯ В ТОРИЧЕСКОЙ ТОПОЛОГИИ

Т.Е. Панов *(МГУ, Москва)*

Момент-угол комплексы и многообразия являются одними из важнейших объектов исследования в торической топологии. Каждому симплициальному комплексу $\mathcal{K}$ с m вершинами сопоставляется пространство $\mathcal{Z}_\mathcal{K}$ с действием тора T^m, называемое *момент-угол комплексом*, причем эта конструкция функториальна по отношению к симплициальным отображениям. Первая конструкция пространства $\mathcal{Z}_{\mathcal{K}}$ как фактор-пространства по отношению эквивалентности появилась в работе Дэвиса–Янушкевича 1991 г. и восходит к конструкции Винберга универсального пространства для групп Кокстера (1971 г.). Если $\mathcal{K}$ является симплициальным разбиением сферы, то $\mathcal{Z}_{\mathcal{K}}$ является (замкнутым) многообразием; в частности, такое *момент-угол многообразие* сопоставляется каждому симплициальному (а также простому) многограннику.

Вскоре стало ясно, что конструкции, приводящие к одному и тому же комплексу или многообразию $\mathcal{Z}_{\mathcal{K}}$ появляются в различных, на первый взгляд не связанных между собой, областях. Среди таких реализаций момент-угол комплекса отметим гомотопический слой вложения клеточного подкомплекса в произведении $(\mathbb{C}P^{\infty})^m$ (в теории гомотопий), дополнение конфигурации координатных подпространств в $\mathbb{C}^m$ (в алгебраической геометрии), поверхность уровня торического отображения моментов (в симплектической геометрии) и, наконец, совсем недавно появившуюся реализацию в виде полного пересечения вещественных квадрик в $\mathbb{C}^m$. Эта последняя модель момент-угол многообразий приводит к сериям новых примеров некэлеровых комплексных многообразий, обобщающих известные многообразия Хопфа и Калаби–Экманна, и устанавливает новые взаимосвязи между торической топологией и многомерным комплексным анализом.

В докладе будет дан обзор результатов о когомологических и гомотопических свойствах момент-угол комплексов и многообразий, включая алгебраические приложения к описанию когомологий колец граней (колец Стенли–Риснера) и недавние приложения к кобордизмам квазиторических многообразий. Мы также предложим некоторые открытые вопросы и проблемы.

О СЛАБЫХ РЕШЕНИЯХ ЗАДАЧ ДЛЯ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА УРАВНЕНИЯ ПЕРЕМЕННОГО ТИПА И ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КОРТВЕГА-ДЕ ВРИЗА В ОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

А.Г. Подгаев *(ТОГУ, Хабаровск)*

Для вырождающихся уравнений типа $u_t = \varphi(u, u_x)u_{xx}$, в которых функция φ может менять знак, хорошо известна трудность нахождения корректных краевых задач и обоснования их разрешимости. См. работы Бочарова О.Б., Höllig K., Lair A.V., Монахова В.Н., Плотникова П.И., Лаврентьева М.М. (мл.), Пяткова С.Г. и автора. При обосновании их разрешимости приходилось использовать аппроксимации уравнениями, содержащими производные по x или по t более высокого, чем в уравнении четного порядка.

Здесь предложена аппроксимация нечетного порядка и для уравнения $u_t + uu_x - \alpha(u_x^2 - 1)u_{xx} + \nu u_{xxx} = 0$, где $\alpha \geq 0, \nu > 0$ дано обоснование существования слабого решения семейства краевых задач при $\alpha > 0$ глобально для любого промежутка времени и допускающего смену знака коэффициента при второй производной. При $\alpha = 0$ доказана локальная по времени слабая разрешимость этого же семейств задач. Выписано неравенство, определяющее длину промежутка в зависимости от величины нормы начальной функции и параметров ν и β. Параметр β входит в краевое условие.

Необходимость искать слабые решения продиктована требованием принадлежности начальной функции классу W_2^1.

Сильные решения рассмотрены в работах [1],[2].

[1] Подгаев А.Г. Краевая задача для уравнения Кортвега-де Вриза-Бюргерса со знакопеременным коэффициентом. // Вестник ТОГУ №4(7), 2007. С. 185-198.

[2] Подгаев А.Г. Краевая задача для уравнения Кортвега-де Вриза-Бюргерса со знакопеременным коэффициентом.II. // Вестник ТОГУ №4(11), 2008. С.9-20.

О НЕЛОКАЛЬНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ НЕКЛАССИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ СМЕШАННОГО ТИПА

С.В. Попов *(НИИМ при ЯГУ, Якутск)*,

Н.С. Попов *(ЯГУ им. М.К. Аммосова, Якутск)*

1. Пусть Ω есть конечный интервал $(-1,1)$ оси Ox, Q есть прямоугольник $\Omega\times(0,T)$, $0<T<+\infty$. В области Q рассматривается уравнение

$$u_{tt}+\operatorname{sgn}x\cdot u_{xx}=f(x,t),\quad (x,t)\in Q, \tag{1}$$

с краевыми условиями

$$u(-1,t)=u(1,t)=0,\quad 0<t<T \tag{2}$$

и с нелокальными начальными данными

$$\begin{aligned} a_{11}u(x,0)+a_{12}u_t(x,0)+b_{11}u(x,T)+b_{12}u_t(x,T)=f_1(x),\\ a_{21}u(x,0)+a_{22}u_t(x,0)+b_{21}u(x,T)+b_{22}u_t(x,T)=f_2(x), \end{aligned} \tag{3}$$

где a_{ij}, b_{ij} $(i,j=1,2)$ — действительные числа, $(a_{i1},a_{i2},b_{i1},b_{i2})$ $(i=1,2)$ — линейно-независимы.

2. В области Q рассматривается уравнение

$$u_t-a(x,t)u_{xx}+c(x,t)u-u_{xxt}=f(x,t),\quad (x,t)\in Q \tag{4}$$

с нелокальными краевыми условиями

$$\begin{aligned} &u_x(0,t)=\alpha_1(t)u(0,t)+\alpha_2(t)u(1,t),\\ &u_x(1,t)=\beta_1(t)u(0,t)+\beta_2(t)u(1,t),\quad 0<t<T \end{aligned} \tag{5}$$

и начальными условиями

$$u(x,0)=0,\quad x\in\Omega, \tag{6}$$

где $a(x,t)$, $c(x,t)$, $f(x,t)$, $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$, $\beta_1(t)$, $\beta_2(t)$ – заданные функции определенные при $x\in\overline{\Omega}=[0,1]$, $t\in[0,T]$.

Доказываются теоремы корректности поставленных краевых задач (1)–(3) и (4)–(6).

Работа выполнена при поддержке аналитической ведомственной целевой программы “Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 годы)” и Советом программы (Протокол № АХ-23/11пр от 12 декабря 2008 г.), мероприятие 2 (код проекта 3443)

НЕРАВЕНСТВА ДЛЯ ШВАРЦИАНОВ МЕРОМОРФНЫХ И ОДНОЛИСТНЫХ ФУНКЦИЙ

Е.Г. Прилепкина *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

В теории функций хорошо известна производная Шварца $S_f(z) = \frac{f'''(z)}{f'(z)} - \frac{3}{2}\left(\frac{f''(z)}{f'(z)}\right)^2$. Как отмечено в работе [1], некоторые неравенства с участием шварциана могут быть доказаны с помощью применения обобщенных конденсаторов с вырождающимися и сближающимися пластинами разной полярности. В настоящем докладе рассматриваются новые оценки для шварцианов мероморфных и однолистных функций, полученные емкостным методом.

Например, для функций $f(z)$, мероморфных и однолистных в кольце $K(R) := \{z : 1 < |z| < R\}$, для которых множество значений $f(K(R))$ лежит во внешности единичного круга и которые отображают окружность $|z| = 1$ на себя, для вещественных z установлены неравенства

$$\mathrm{Re}\; S_f(z) \geq S_G(z),$$

$$\mathrm{Re}\; S_f(z) - \frac{6|f'(z)|^2}{(|f(z)|^2 - 1)^2} \geq S_G(z) - \frac{6|G'(z)|^2}{(|G(z)|^2 - 1)^2},$$

где $G(z)$ – функция Греча, отображающая $K(R)$ на внешность единичного круга с разрезом по действительной оси. Отметим, что первая оценка может быть также получена с привлечением решения известной задачи Тейхмюллера.

Работа выполнена при финансовой поддержке ведущих научных школ РФ (грант НШ-2810.2008.1), РФФИ (грант 08-01-00028).

[1] Дубинин В.Н., Эйрих Н.В. Некоторые применения обобщенных конденсаторов в теории аналитических функций // Зап. науч. семин. ПОМИ. 2004. Т. 314. С. 52–75.

ПОЛУНЕПРЕРЫВНОСТЬ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ

В.Я. Прудников *(ТОГУ, Хабаровск)*

Полунепрерывность интегральных функционалов исследовалась в первую очередь в лебеговых пространствах (см., например, [1]), что является актуальным в связи с выходом полученных результатов на проблему существования решения оптимизационных задач в пространствах Соболева. В данной работе вопрос о полунепрерывности функционала рассмотрен на композиции банаховых идеальных пространств, причем, подинтегральная функция, являясь полунепрерывной снизу, асимптотически связана с некоторой функцией Каратеодори.

[1] Куфнер А., Фучик С. Нелинейные дифференциальные уравнения. - М.: Наука, 1988. - 304с.

ЛИНЕЙНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ И ВЕРОЯТНОСТНЫЙ МЕТОДЫ В КОМБИНАТОРИКЕ

А.М. Райгородский *(МГУ, Москва)*

В наших лекциях мы расскажем о двух самых современных методах в экстремальной комбинаторике, в теории графов и гиперграфов. Один из этих методов связан с применением линейно-алгебраической техники, другой использует мощные инструменты, разработанные в рамках теории вероятностей. Несмотря на очевидную разнородность двух подходов, области их приложения настолько тесно взаимосвязаны, что представляется естественным излагать эти подходы в едином ключе. Вот лишь несколько классических задач, которые допускают одновременно и вероятностную, и алгебраическую трактовку.

1. **Числа Рамсея**. Ищется наименьшее число $R(s,t)$, такое, что при любой раскраске ребер полного графа на $R(s,t)$ вершинах в красный и синий цвета либо найдется полный подграф на s вершинах, у которого все ребра красные, либо найдется полный подграф на t вершинах, у которого все ребра синие.

2. **"Свойство B" П. Эрдеша**. Проблема состоит в отыскании минимального числа ребер у гиперграфа, вершины которого нельзя так раскрасить в два цвета, чтобы все его ребра были неодноцветными.

3. **Хроматические числа метрических пространств**. Задача сводится к определению наименьшего количества цветов, необходимых для такой покраски всех точек данного метрического пространства, что точки, расстояние между которыми принадлежит заданному наперед множеству вещественных чисел, неодноцветны.

4. **Проблема Борсука**. Здесь речь идет об отыскании минимального числа частей меньшего диаметра, на которые разбивается произвольное ограниченное множество точек в $\mathbb{R}^n$.

Обо всех этих задачах, а равно и об их многочисленных важных обобщениях мы и поговорим, иллюстрируя алгебраические и вероятностные методы. Отметим, что полезными источниками по теме являются книги [1] — [11] и статьи [12] — [16].

[1] П. Эрдеш, Дж. Спенсер *Вероятностные методы в комбинаторике*, Москва, "Мир 1976.

[2] Н. Алон, Дж. Спенсер *Вероятностный метод*, Москва, "Бином. Лаборатория знаний 2007.

[3] L. Babai, P. Frankl *Linear algebra methods in combinatorics*, Part 1, Department of Computer Science, The University of Chicago, Preliminary version 2, September 1992.

[4] V.G. Boltyanski, H. Martini, P.S. Soltan *Excursions into combinatorial geometry*, Universitext, Springer, Berlin, 1997.

[5] P. Brass, W. Moser, J. Pach *Research problems in discrete geometry*, Springer, 2005.

[6] Р. Грэхэм *Начала теории Рамсея*, Москва, "Мир 1984.

[7] R.L. Graham, B.L. Rothschild, J.H. Spencer *Ramsey theory*, John Wiley and Sons, NY, Second Edition, 1990.

[8] А.М. Райгородский *Хроматические числа*, Москва, МЦНМО, 2003.

[9] А.М. Райгородский *Проблема Борсука*, Москва, МЦНМО, 2006.

[10] А.М. Райгородский *Линейно-алгебраический метод в комбинаторике*, Москва, МЦНМО, 2007.

[11] А.М. Райгородский *Вероятность и алгебра в комбинаторике*, Москва, МЦНМО, 2008.

[12] P. Frankl, R. Wilson *Intersection theorems with geometric consequences*, Combinatorica, 1 (1981), 357 - 368.

[13] N. Alon, L. Babai, H. Suzuki *Multilinear polynomials and Frankl - Ray-Chaudhuri - Wilson type intersection theorems*, J. Comb. Th., Ser. A, 58 (1991), 165 - 180.

[14] А.М. Райгородский *Проблема Борсука и хроматические числа некоторых метрических пространств*, Успехи Матем. Наук, 56 (2001), N1, 107 - 146.

[15] А.М. Райгородский *Вокруг гипотезы Борсука*, Итоги науки и техники, Серия "Современные проблемы математики и ее приложения 23 (2007), 147 - 164.

[16] A.M. Raigorodskii *Three lectures on the Borsuk partition problem*, London Mathematical Society Lecture Note Series, 347 (2007), 202 - 248.

О КОЛИЧЕСТВЕ ШАГОВ В АНТИЧНОМ АЛГОРИТМЕ ЕВКЛИДА

М.Г. Рукавишникова *(ДВГГУ, Хабаровск)*

Пусть d – натуральное число, большее 2. Обозначим через Z_d набор из всех натуральных чисел от 1 до d.

Пусть $a \in Z_d$ и

$$\frac{a}{d} = [0; q_1, q_2, \ldots, q_l]$$

– каноническое разложение числа $\frac{a}{d}$ в непрерывную дробь с неполными частными $q_i = q_i(a)$ (натуральные числа) и длиной $l = l(a) = l_d(a)$. При этом последнее неполное частное q_l всегда больше или равно 2. Положим

$$S_d(a) = \sum_{i=1}^{l(a)} q_i(a).$$

Данная величина характеризует количество операций вычитания при выполнении алгоритма Евклида для пары (a, d) в античном варианте. При анализе качества датчиков случайных чисел, основанных на линейном конгруэнтном методе, возникает задача оценки величины $S_d(a)$ (см. [1], 3.3.3).

С помощью методов, предложенных в [2], и результатов работы [3] доказано следующее утверждение.

Теорема. *Пусть $g(d)$ — неограниченно возрастающая последовательность положительных вещественных чисел, такая что $g(d) \le \sqrt{\log\log d}$. Тогда при $d > 2$*

$$\frac{1}{d} \# \left\{ a \in Z_d : \left| S_d(a) - \frac{12}{\pi^2} \log d \log\log d \right| \ge g(d) \log d \sqrt{\log\log d} \right\} \ll \frac{1}{g^2(d)}.$$

Автор благодарит В.А. Быковского за внимание и полезные советы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №07-01-00306) и Президиума ДВО РАН (проект №09 - I - П4 - 03).

[1] Кнут Д. Э. Искусство программирования, том 2. Получисленные алгоритмы, 3-е изд., Вильямс, М., 2001.

[2] Быковский В. А. Оценка дисперсии длин конечных непрерывных дробей// Фундаментальная и прикладная математика. Т. 11. №6. 2005. С. 15–26.

[3] Рукавишникова М. Г. Вероятностная оценка суммы неполных частных дробей с фиксированным знаменателем// Чебышевский сборник. Т. 7. Вып. 4. 2006. С. 113–121.

РАЗРЕШИМОСТЬ СТАЦИОНАРНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ МОДЕЛИ ВЯЗКОЙ НЕОДНОРОДНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ

Д.А. Слинкин *(ТОГУ, Хабаровск)*

В работе [1] была предложена математическая модель, описывающая движение вязкой неоднородной несжимаемой сыпучей среды. В стационарном случае она имеет вид

$$-\mu\Delta u + \nabla p + \rho(u\nabla)u = f\rho + \eta(u \times \omega),\ divu = 0, \tag{1}$$

$$u\nabla\omega + F(p)\omega = 0,\ u\nabla\rho = 0 \text{ в } \Omega. \tag{2}$$

Модель (1),(2) для однородной жидкости ранее исследовалась в работе [2]. Исследования модели (1), (2) для случая неоднородной среды ранее не проводилось. Целью данной работы является исследование следующей краевой задачи: найти функции u, p, ρ, ω, удовлетворяющие уравнениям (1), (2) и условиям:

$$u|_\Gamma = g,\ \omega|_{\Gamma_1} = \omega_0,\ \rho|_{\Gamma_1} = \rho_0, \tag{3}$$

$$\inf_{x\in\Omega} p(x) = p_0. \tag{4}$$

Доказывается теорема о существовании решения из класса $u \in W_r^2(\Omega)$, $p \in W_r^1(\Omega)$, $\rho \in C(\overline{\Omega})$, $\omega \in L^\infty(\Omega)$.

[1] Лелюх В.Д., Ненашев Е.Н. К теории движения сыпучей среды в неподвижной газовой фазе // Применение аналитических и численных методов в механике жидких и сыпучих сред. Горкий, 1972. С. 4-20. (Уч. Зап. Горьков. Ун-та. Сер. Механика; Вып. 156).

[2] Илларионов А.А., Чеботарев А.Ю. Разрешимость стационарной краевой задачи для модели движения сыпучей среды // Дальневосточный мат. журн. 2004. Том 5. № 2 С. 178-183.

ОТРАЖЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ВОЛНЫ ОТ ИЗГИБА ПРОФИЛЯ ТРУБОПРОВОДА

О.П. Ткаченко *(ВЦ ДВО РАН, Хабаровск)*

В ходе вывода уравнения Кортевега-де Вриза для прямолинейного трубопровода в [1] нами получено уравнение:

$$\frac{\partial^2\varphi_0}{\partial\tau^2} - \frac{1}{2}\frac{\partial^2\varphi_0}{\partial\zeta^2} = \varepsilon\left(\frac{1}{4}\frac{\partial^4\varphi_0}{\partial\tau^2\partial\zeta^2} - 3\frac{\partial\varphi_0}{\partial\zeta}\frac{\partial^2\varphi_0}{\partial\tau\partial\zeta} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2}\frac{\partial\varphi_0}{\partial\tau}\frac{\partial^2\varphi_0}{\partial\zeta^2} - \frac{1}{16}\frac{\partial^4\varphi_0}{\partial\zeta^4}\right). \tag{1}$$

Здесь φ_0 – потенциал скорости жидкости, τ, ζ – время и координата соответственно, ε – малый параметр. Уравнение (1) описывают волны, бегущие в обе стороны, в отличие от КдВ.

При наличии изгиба профиля функция первого порядка по малому параметру кривизны $\lambda = R_0 \max|\kappa_0|$ описывается уравнением:

$$\frac{\partial^2 z_0}{\partial\tau^2} - \frac{3}{8}\frac{\partial^2 z_0}{\partial\zeta^2} + \frac{z_0}{\varepsilon} = -\frac{15}{16}\frac{\partial^2\varphi_0}{\partial\zeta^2};$$
$$z_0 = \frac{\varphi_1}{\xi}; \qquad \varphi = \varphi_0 + \lambda\varphi_1 \sin\theta. \tag{2}$$

Здесь φ – полный потенциал скорости жидкости.

Для сшивки (1), (2) в точке начала изгиба профиля, аналогично [2], использован закон сохранения потока массы. Показано, что в задаче (1), (2) возникает прошедшая и отраженная волна. Численно найдена огибающая волны первого приближения, которая повторяет форму солитона нулевого приближения по λ.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 07-01-00219) и Президиума ДВО РАН (грант № 09-II-O-01).

[1] Рукавишников В.А., Ткаченко О.П. Об уравнении Кортевега-де Вриза в цилиндрическом трубопроводе // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2008. Т. 48. №1. С. 146-153.

[2] Ньюэлл А. Солитоны в математике и физике // М.: Мир, 1989.

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЧИСЕЛ ФРОБЕНИУСА С ТРЕМЯ АРГУМЕНТАМИ

А.В. Устинов *(ХО ИПМ ДВО РАН, Хабаровск)*

Пусть $a_1, \ldots, a_n$ — натуральные числа, взаимно простые в совокупности. Числом Фробениуса $f(a_1, \ldots, a_n)$ называется наибольшее натуральное m, не представимое в виде $x_1a_1 + \ldots + x_na_n = m$, где $x_1, \ldots, x_n$ — натуральные числа.

При $n = 2$ известна (см. [4]) формула Сильвестра $f(a,b) = ab$. Если $n = 3$, то задача о нахождении $f(a,b,c)$ сводится к попарно взаимно простым аргументам, и при $b \equiv lc \pmod a$, $1 \le l \le a$ значение $f(a,b,c)$ выражается через элементы цепной дроби для числа l/a [2–3]. При $n \ge 4$ формул для нахождения $f(a_1,\ldots,a_n)$ не известно.

В работе [5] для чисел Фробениуса с тремя аргументами была доказана гипотеза Арнольда (см. [1]) о существовании слабой асимптотики.

Теорема 1. *Пусть a — натуральное, x_1, x_2, ε — действительные положительные числа.*

$$M_a(x_1,x_2) = \{(b,c) : 1 \le b \le x_1 a, 1 \le c \le x_2 a, (a,b,c) = 1\}.$$

Then

$$\frac{1}{|M_a(x_1,x_2)|} \sum_{(a,b,c)\in M_a(x_1,x_2)} \left(f(a,b,c) - \frac{8}{\pi}\sqrt{abc} \right) = O_{x_1,x_2,\varepsilon}(a^{4/3+\varepsilon}).$$

Доказательство было основано на теории цепных дробей и оценках сумм Клостермана. Оказывается, что аналогичный подход позволяет в явном виде найти плотность распределения нормированных чисел Фробениуса.

Теорема 2. *Пусть a — натуральное, x_1, x_2, ε, τ — действительные положительные числа. Тогда*

$$\frac{1}{|M_a(x_1,x_2)|} \sum_{\substack{(a,b,c)\in M_a(x_1,x_2) \\ f(a,b,c)\le\tau\sqrt{abc}}} 1 = \int_0^\tau p(t)\,dt + O_{\varepsilon,x_1,x_2,\tau}(a^{-1/6+\varepsilon}),$$

где

$$p(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } t \in [0,\sqrt{3}]; \\ \frac{12}{\pi}\left(\frac{t}{\sqrt{3}} - \sqrt{4-t^2}\right), & \text{при } t \in [\sqrt{3},2]; \\ \frac{12}{\pi^2}\left(t\sqrt{3}\arccos\frac{t+3\sqrt{t^2-4}}{4\sqrt{t^2-3}} + \frac{3}{2}\sqrt{t^2-4}\log\frac{t^2-4}{t^2-3}\right), & \text{при } t \in [2,+\infty). \end{cases}$$

При этом

$$\int_0^\infty p(t)\,dt = 1, \qquad \int_0^\infty tp(t)\,dt = \frac{8}{\pi}, \qquad p(t) = \frac{18}{\pi^2}\cdot\frac{1}{t^3} + O\left(\frac{1}{t^5}\right) \quad (t\to\infty).$$

Работа выполнена при поддержке фонда РФФИ, грант № 07-01-00306, проекта ДВО РАН № 09-I-П4-03, фонда Династия и Фонда содействия отечественной науке.

[1] Arnold V. Arnold's Problems. — Springer, 2005.

[2] Rödseth Ö. J. On a linear Diophantine problem of Frobenius. — *J. Reine Angew. Math.*, 301 (1978), 171–178.

[3] Selmer E.S., Beyer O. On the linear diophantine problem of Frobenius in three variables. — *J. Reine Angewandte Math.*, 301 (1978), 161-170.

[4] Sylvester J.J. Problem 7382. — *Educational Times* 37 (1884), 26; reprinted in: Mathematical questions with their solution, *Educational Times* (with additional papers and solutions) 41 (1884), 21.

[5] Устинов А. В. Решение задачи Арнольда о слабой асимптотике для чисел Фробениуса с тремя аргументамию — *Мат. сборник*, **200**: 4 (2009), 131–160.

ПОСТРОЕНИЕ ВСЕГО МНОЖЕСТВА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПО ИЗВЕСТНОМУ МНОЖЕСТВУ ЕГО ПЕРВЫХ ИНТЕГРАЛОВ

Е.В. Чалых *(ТОГУ, Хабаровск)*

Пусть $u(t;\mathbf{x})$ – первый интеграл системы нелинейных дифференциальных уравнений

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = A(t;\mathbf{x}(t)), \qquad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n. \tag{1}$$

Тогда $u(t;\mathbf{x}) = C$ на любой траектории решения $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$ уравнения (1).

Следовательно, $du(t;\mathbf{x}) = 0$ или

$$\frac{\partial u(t;\mathbf{x})}{\partial t} + \frac{\partial u(t;\mathbf{x})}{\partial x_1}\frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial u(t;\mathbf{x})}{\partial x_2}\frac{dx_2}{dt} + \ldots + \frac{\partial u(t;\mathbf{x})}{\partial x_n}\frac{dx_n}{dt} = 0 \tag{2}$$

Если $A(t;\mathbf{x}(t)) = (a_1, a_2, \dots, a_n)^*$, где $a_i = a_i\Big(t;\mathbf{x}(t)\Big)$ (знак * означает транспонирование), то можно ввести в рассмотрение вектор $\widetilde{A}(t;\mathbf{x}(t)) = (1, a_1, a_2, \dots, a_n)^*$.

Рассмотрим вектор $\Box u(t;\mathbf{x}) = \Big(\dfrac{\partial u(t;\mathbf{x})}{\partial t}; \dfrac{\partial u(t;\mathbf{x})}{\partial x_1}; \dfrac{\partial u(t;\mathbf{x})}{\partial x_2}; \dots; \dfrac{\partial u(t;\mathbf{x})}{\partial x_n}\Big)$. Тогда равенство (2) можно представить в виде скалярного произведения векторов $\widetilde{A}(t;\mathbf{x}(t))$ и $\Box u(t;\mathbf{x})$:

$$\Big(\widetilde{A}(t;\mathbf{x}(t)), \Box u(t;\mathbf{x})\Big) = 0$$

`Теорема 1.` Если система нелинейных дифференциальных уравнений (1)

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = A(t;\mathbf{x}(t)), \qquad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$$

имеет $k \le n$ линейно независимых первых интегралов $\Big\{u_j(t;\mathbf{x})\Big\}_{j=1}^{k}$, то существует семейство дифференциальных уравнений, правая часть которых определяется из условия:

$$\widetilde{A}(t;\mathbf{x}) = \Big(1, A^*(t;\mathbf{x})\Big)^* \in$$
$$\in \left\{ \frac{1}{\det C} \cdot \det \begin{pmatrix} \vec{e}_o & \vec{e}_1 & \dots & \vec{e}_n \\ \dfrac{\partial u_1(t;\mathbf{x})}{\partial t} & \dfrac{\partial u_1(t;\mathbf{x})}{\partial x_1} & \dots & \dfrac{\partial u_1(t;\mathbf{x})}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dfrac{\partial u_k(t;\mathbf{x})}{\partial t} & \dfrac{\partial u_k(t;\mathbf{x})}{\partial x_1} & \dots & \dfrac{\partial u_k(t;\mathbf{x})}{\partial x_n} \\ \dfrac{\partial f_1(t;\mathbf{x})}{\partial t} & \dfrac{\partial f_1(t;\mathbf{x})}{\partial x_1} & \dots & \dfrac{\partial f_1(t;\mathbf{x})}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dfrac{\partial f_{n-k}(t;\mathbf{x})}{\partial t} & \dfrac{\partial f_{n-k}(t;\mathbf{x})}{\partial x_1} & \dots & \dfrac{\partial f_{n-k}(t;\mathbf{x})}{\partial x_n} \end{pmatrix} \right\},$$

$$C = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial u_1(t;\mathbf{x})}{\partial x_1} & \dots & \dfrac{\partial u_1(t;\mathbf{x})}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dfrac{\partial u_k(t;\mathbf{x})}{\partial x_1} & \dots & \dfrac{\partial u_k(t;\mathbf{x})}{\partial x_n} \\ \dfrac{\partial f_1(t;\mathbf{x})}{\partial x_1} & \dots & \dfrac{\partial f_1(t;\mathbf{x})}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dfrac{\partial f_{n-k}(t;\mathbf{x})}{\partial x_1} & \dots & \dfrac{\partial f_{n-k}(t;\mathbf{x})}{\partial x_n} \end{pmatrix}, \qquad \det C \neq 0.$$

Функции f_j, $j = \overline{1,(n-k)}$ произвольные, имеющие непрерывные частные производные по всем переменным, и их множество вместе с множеством $\Big\{u_j(t;\mathbf{x})\Big\}_{j=1}^{k}$ первых интегралов составляют систему линейно независимых функций.

УСТОЙЧИВЫЙ СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ В СТАЦИОНАРНЫХ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ

А.Ю. Чеботарев *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

Теория оптимального управления стационарными системами с частными производными развита достаточно хорошо, особенно для случая линейных уравнений [1], [2]. В математической теории управления стационарными распределенными системами основное внимание обычно уделяется вопросам разрешимости экстремальных задач и построению систем оптимальности, описывающих необходимые, а иногда и достаточные условия экстремума. В тоже время в стороне остается следующая проблема, интересная с точки зрения приложений. При решении задач управления стационарными системами важно, чтобы оптимальное состояние являлось устойчивой особой точкой соответствующей эволюционной системы. В противном случае полученный оптимальный стационарный режим не реализуется. Таким образом, возникает проблема стабилизации эволюционной системы в окрестности неустойчивого стационарного состояния за счет, например, управления с обратной связью [3], что может оказаться затратным по управлению. Другой вариант заключается в представлении стационарного управления через оптимальное состояние, т.е. реализация оптимального управления с обратной связью. При этом важно найти такое представление управления, которое обеспечит устойчивость оптимального состояния.

В работе предлагается метод построения устойчивого синтеза оптимального распределенного управления для линейных и нелинейных эллиптических уравнений.

Работа выполнена при поддержке гранта ДВО РАН (проект 09-I-ОМН-08) и гранта программы поддержки ведущих научных школ (проект НШ-2810.2008.1).

[1] Лионс Ж.-Л. Некоторые вопросы оптимального управления распределенными системами // УМН. 1985. Т. 40, №2(244). С. 55-68.

[2] Фурсиков А.В. Оптимальное управление распределенными системами. Теория и приложения. Новосибирск: Изд. Научная книга, 1999. 350 с.

[3] Фурсиков А.В. Стабилизируемость квазилинейного параболического уравнения с помощью граничного управления с обратной связью// Математический сборник. 2001. Т.192. №4. С.115-160.

О КРАТКОМ ВАРИАНТЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ТЕОРЕМ ГЕДЕЛЯ

В.Л. Чечулин *(ПГУ, Пермь)*

В 1997 г. Зенкиным А. А. были опубликованы результаты [1] о некорректности диагонального метода Кантора, в связи с этим возникает потребность анализа и переобоснования базирующихся на этом диагональном методе утверждений, что и выполнено, с использованием семантики самопринадлежности, введенной русским математиком Миримановым еще в 1918 г. [2], и более подробно изложенной в [3].

Определение 1. Предикативной теорией T является такая теория, в которой выводимые утверждения не принадлежат тому множеству утверждений, из которых они выводятся.

Например, в случае исчисления секвенций, если для каждой секвенции пересечение антецедента секвенции и ее сукцедента — пусто, то исчисление – предикативно. Теоремы Геделя доказаны без использования диагонального метода:

Теорема 1. *В предикативной системе не доказуема ее непротиворечивость.*

Теорема 2. *Предикативная теория - не полна.*

Схемы доказательств этих теорем одинаковы: непредикативные утверждения о непротиворечивости, или полноте, предикативной теории T не являются в ней выводимыми, ввиду того, что эти утверждения в их выводе ссылаются на себя самих, т. е. имеется самопринадлежность, противоречащая определению 1.

Поскольку в этих теоремах (1-2) не упоминался совершенно тип логики, посредством которого осуществляется вывод в теории T, то эти теоремы действенны на множестве предикативных теорий с произвольными правилами вывода (в т. ч. на использующие многозначную, модальную и т. п. логики). Однако в непредикативной теории (с самопритнадлежностью) непротиворечивость теории доказуема средствами самой теории [3].

[1] Зенкин А.А. Принцип разделения времени и анализ одного класса квазифинитных правдоподобных рассуждений (на примере теоремы Г. Кантора о несчетности) // ДАН, 1997. Т. 356, №6. С. 733-735.

[2] Френкель А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств, М.:"Мир 1966.- 366 с.

[3] Чечулин В.Л. О множествах с самопринадлежностью // Вестник ПГУ, сер. Математика. Механика. Информатика, г. Пермь, 2005 г. С. 133-138. (реферат

в РЖ Математика, 2006 г., № 7, 7А48)

ДВУМЕРНЫЕ КОНФИГУРАЦИИ В ПЛОТНЫХ МНОЖЕСТВАХ

И.Д. Шкредов *(МГУ, Москва)*

Теорема. *Пусть A — любое подмножество двумерной решетки $[1,N]\times[1,N]$ мощности $\dfrac{N^2}{(\log\log\log\log N)^c}$, $c > 0$. Тогда A содержит четверку $\{(x,y),(x+d,y),(x+2d,y),(x,y+d)\}$, $d > 0$. Последнее утверждение эквивалентно количественному результату о кратной возвращаемости под действием отображений T, T^2 и S, где T и S — коммутируют.*

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

ОПЕРАТОРНАЯ И МАТРИЧНАЯ МОДЕЛИ НЕЙМАНА

А.И. Абакумов *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*,
Т.А. Пидюра *(УГПИ, Уссурийск)*

Рассмотрим отображение $a : R^n_+ \to R^n_+$ со свойствами выпуклости на R^n_+, суперлинейности, положительной однородности (в том числе $a(0) = 0$), нетривиальности. На основе этого отображения построим многозначную операторную модель Неймана

$$M_a = \{(x, y)|x \in R^n_+, y \in R^n_+, 0 \le y \le a(x)\}$$

Эта модель, как и матричная модель Неймана, является частным случаем общей многозначной модели Неймана - Гейла [1]. Матричной моделью Неймана назовем конус $M_A = \{(x, y) \in R^n_+ \times R^n_+, 0 \le y \le A(x)\}$ в пространстве $R^n_+ \times R^n_+$, где A - неотрицательная неразложимая квадратная матрица. Нами получены следующие результаты:

Теорема.

Модель M_Aимеет единственный темп роста α, равный доминантному собственному числу матрицы A.

Теорема о магистрали для матричной модели Неймана.

Пусть M_A - матричная модель Неймана. Тогда для всякой конечной оптимальной траектории $(x_t)_0^T$, $T > t_0 + k_0$, исходящей из точки x_0 , по любому $\epsilon > 0$ найдутся такие $t_0, k_0 \in N$, не зависящие от T, что неравенство

$\rho(x_t, \alpha^t \cdot x_0) < \epsilon$ выполняется для всех t с условием $t_0 < t < T - k_0$. На основании этой теоремы получаем, что при определенных значениях t_0, k_0 конечная оптимальная траектория близка к траектории $A^t \cdot x_0$. Кроме того, условия последней теоремы позволяют по заданномуϵ найти такие t_0, k_0, что траектория $A^t \cdot x_0$ для $\forall x$ становится близка к траектории $\alpha^t \cdot x_0$.

[1] Макаров В.Л., Рубинов А.М. Математическая теория экономической динамики и равновесия. М.: Наука, 1973, 336 с.

[2] Абакумов А.И. Многозначность в математических моделях экономических процессов. Владивосток: Изд-во ДВГТРУ, 2004, 50 с.

[3] Гантмахер Ф. Теория матриц. М.: Наука, 1988.

ОЦЕНКИ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЙ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ СТАЦИОНАРНЫХ МОДЕЛЕЙ ПЕРЕНОСА ТЕПЛА И МАСС В ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Г.В. Алексеев *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

Рассматриваются обратные экстремальные задачи для стационарных моделей переноса тепла и масс в вязкой несжимаемой жидкости. Указанные задачи заключаются в нахождении неизвестных плотностей граничных либо распределенных источников, входящих в рассматриваемые модели либо граничные условия, по дополнительной информации о решении рассматриваемой задачи. Исследуемые модели состоят из уравнений Навье-Стокса, уравнений конвекции-диффузии для температуры и концентрации загрязняющего вещества, нелинейно связанных через силу плавучести в приближении Буссинеска, а также через конвективный перенос тепла и масс. Рассматриваемые задачи формулируются как задачи условной минимизации определенных функционалов качества на слабых решениях исходной краевой задачи. Доказывается разрешимость указанных задач идентификации, выводятся системы оптимальности, описывающие необходимые условия минимума.

На основе детального анализа выведенных систем оптимальности устанавливаются достаточные условия на исходные данные, обеспечивающие локальную единственность и устойчивость решений конкретных задач управления относительно определенных возмущений как рассматриваемой модели, так и используемого функционала качества. Полученные оценки устойчивости имеют громоздкий вид. Чтобы сделать их более наглядными, вводятся безразмерные параметры (Рейнольдса, Рэлея и Прандтля). С использованием безразмерных параметров указанные оценки устойчивости могут быть записаны в форме (см. в [1]), близкой к форме условий единственности коэффициентных обратных задач для стационарного линейного уравнения конвекции-диффузии-реакции.

Данное исследование поддержано грантом НШ-2810.2008.1, интеграционного гранта СО РАН+ДВО РАН+УрО РАН (проект N 116), гранта РФФИ-"Дальний Восток" (проект 09-01-98518-р_восток_а).

[1] Алексеев Г.В., Соболева О.В., Терешко Д.А. Задачи идентификации для стационарной модели массопереноса // Прикл. мех. техн. физ. 2008. Т. 49, № 4. С. 24–35.

КОРРЕКТНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ МЕТОДА РОТЕ ДЛЯ ОДНОГО ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

К.А. Богомолова, А.Е. Поличка *(ДВГГУ, Хабаровск)*

Рассматривается модельная начально-краевая задача для интегро-дифференциального уравнения параболического типа [1], описывающая колебание упругой струны в случае линейной эрединарности

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + \int_0^t A(t,x)\frac{\partial^2 u(x,s)}{\partial x^2}ds = 0, \quad t \in [0,T], \quad x \in \Omega = [0,1],$$

$$u(0) = u_1, \quad u(1) = u_2, \quad u(x,0) = \varphi(x).$$

Для приближенного ее решения рассматривается неявная разностная схема с шагом τ по времени и стандартная разностная схема по x с шагом h. Сведением рассматриваемой задачи к методу Роте в некотором банаховом пространстве методами работы [2] при достаточно гладких данных задачи доказывается существование, единственность и сходимость приближенных решений к точному в $W_2^1\big(\tau,[0,t_0],W_2^2(\Omega_h)\big)$ – пространстве сеточных функций на $[0,t_0]$ с компонентами $W_2^2(\Omega_h)$:

$$\|u-y\|_{W_2^1\left(\tau,[0,t_0],W_2^2(\Omega_h)\right)} \leqslant c(\tau+h^2),$$

и в $C^\eta\big(\tau,[0,t_0],C^{2m-1+\varepsilon}(\Omega_h)\big)$ – пространстве сеточных функций на $[0,t_0]$ с компонентами $C^{2m-1+\varepsilon}(\Omega_h)$ и нормой Гельдера

$$\|u-y\|_{C^\eta(\tau,[0,t_0],C^{2m-1+\varepsilon}(\Omega_h))} \leqslant c(\tau+h^2);$$

$[0,t_0]$ – отрезок, на котором справедлива локальная теорема существования дифференциальной задачи, $0 < t \leqslant T$.

[1] Вольтерра В. Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. – 304 с.

[2] Поличка А.Е. Применение теории позитивных операторов для исследования разностных нелинейных параболических и эллиптических задач. – Хабаровск: Изд-во ХГПУ, 2005. – 195 с.

АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ТРЕХМЕРНОЙ СТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ УПРУГИХ ВОЛН НА ОСНОВЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ОДНОЙ НЕИЗВЕСТНОЙ ВЕКТОР-ФУНКЦИЕЙ

Е.А. Бойков, Н.Е. Ершов *(ВЦ ДВО РАН, Хабаровск)*

В работе [1] методом потенциалов из двух условий сопряжения для вектора смещений на границе двух сред было получено одно интегральное векторное уравнение, заданное на поверхности включения, эквивалентное исходной задаче дифракции. В покомпонентной записи оно представляет собой систему из трех интегральных уравнений Фредгольма I рода со слабыми, порядка $|x-y|^{-1}$, особенностями в ядрах, относительно трех компонент неизвестной векторной плотности. Доказана его корректная разрешимость в пространствах гельдеровских функций [1].

Разработан алгоритм численного решения исходной задачи дифракции на основе полученного интегрального уравнения. При аппроксимации этого интегрального уравнения системой линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) применяются конечная функция разбиения единицы на поверхности включения и метод осреднения интегралов с особенностями в ядрах. Такой подход не требует триангуляции поверхности включения и может быть использован как на регулярных, так и на нерегулярных сетках. Он сводит задачу в бесконечной трехмерной области к двумерной задаче с неизвестной векторной функцией, заданной на ограниченной поверхности.

При большом числе точек дискретизации на поверхности включения для решения СЛАУ используется метод GMRES. Интегральное уравнение сводится к СЛАУ, основная матрица которой близка к матрице с диагональным преобладанием. Это позволяет численно решать интегральное уравнение I рода без предварительной регуляризации. После расчета неизвестной векторной плотности векторная функция смещения во всех точках пространства вычисляется по формулам потенциалов простого слоя. Этот алгоритм допускает параллельную реализацию. Расчеты проводились на вычислительном кластере ВЦ ДВО РАН.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ (№№ 08-01-00947, 09-07-98509), ДВО РАН (№№ 09-I-П2-01, 09-II-СО-01-005)

[1] Смагин С.И. О новом классе интегральных уравнений, понижающих размерность задач дифракции // Докл. АН СССР. 1991. Т. 316, № 3. С. 580-585.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ СТАЦИОНАРНЫХ МОДЕЛЕЙ МГД

Р.В. Бризицкий *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

В ограниченной области $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ с границей Γ, состоящей из двух частей Γ_N и Γ_T, рассматривается краевая задача МГД

$$\nu\Delta\mathbf{u} + (\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{u} + \nabla p - \varkappa\,\mathrm{rot}\mathbf{H}\times\mathbf{H} = \mathbf{f},\ \mathrm{div}\mathbf{u} = 0 \text{ в } \Omega, \tag{1}$$

$$\nu_1\mathrm{rot}\mathbf{H} - \mathbf{E} + \varkappa\,\mathbf{H}\times\mathbf{u} = \nu_1\mathbf{j},\ \mathrm{div}\mathbf{H} = 0,\ \mathrm{rot}\mathbf{E} = 0 \text{ в } \Omega, \tag{2}$$

$$\mathbf{u} = 0 \text{ на } \Gamma,\ \mathbf{H}\cdot\mathbf{n}|_{\Gamma_N} = q,\ \mathbf{H}\times\mathbf{n}|_{\Gamma_T} = \mathbf{q},\ \ \mathbf{E}\times\mathbf{n}|_{\Gamma_N} = \mathbf{k}. \tag{3}$$

Здесь введены следующие обозначения: $\mathbf{u}$ и $\mathbf{H}$ – векторы скорости и напряженности магнитного поля, $p = P/\rho_0$, где P – давление, ρ_0 =const – плотность жидкости, $\varkappa = \mu_0\tilde{\mu}\rho_0^{-1}$, $\nu_1 = \sigma^{-1}\rho_0^{-1} \equiv \varkappa\nu_m$, $\mathbf{E} = \rho_0^{-1}\overline{\mathbf{E}}$, где $\overline{\mathbf{E}}$ –вектор напряженности электрического поля, ν и σ – постоянные коэффициенты вязкости и проводимости среды, ε_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные, $\tilde{\varepsilon}_0$ и $\tilde{\mu}$ – электрическая и магнитная проницаемости, $\nu_m = 1/\sigma\mu_0\tilde{\mu}$ – коэффициент магнитной вязкости, $\mathbf{f}$ – объемная плотность внешних сил, $\mathbf{j}$ – вектор плотности тока внешних электродвижущих сил, $q, \mathbf{q}$ и $\mathbf{k}$ – заданные на Γ_N или Γ_T функции.

Исследуются задачи условной минимизации “гидродинамических” функционалов качества на слабых решениях краевой задачи (1)–(3) с помощью как распределенных, так и граничных “электромагнитных” управлений. Следуя [1], на основе детального анализа выведенных систем оптимальности устанавливаются достаточные условия на исходные данные, обеспечивающие локальную единственность и устойчивость решений конкретных задач управления относительно определенных возмущений как рассматриваемой модели, так и используемого функционала качества.

Данное исследование поддержано грантом НШ-2810.2008.1, интеграционного гранта СО РАН+ДВО РАН+УрО РАН (проект № 116), гранта РФФИ-“Дальний Восток” (проект 09-01-98518-р_восток_а) и грантов ДВО РАН (09-III-B-01-018, 09-II-CO-01-002)

[1] Алексеев Г.В. Коэффициентные обратные экстремальные задачи для стационарных уравнений тепломассопереноса // Журн. вычисл. матем. матем. физ. 2007. Т. 47. № 46. С. 1055–1076.

ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА В ОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

Р.В. Бризицкий, А.С. Савенкова *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

В ограниченной области $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ с границей $\Gamma \in C^{1,1}$ рассматривается задача распространения электромагнитных волн в гармоническом по времени режиме [1]:

$$\begin{cases} \mathrm{rot}\mathrm{rot}E - k^2 E = 0 \text{ в } \Omega, \\ n \times \mathrm{rot}E + \alpha(n \times E) \times n = h \text{ на } \Gamma, \end{cases} \tag{1}$$

Здесь E — вектор напряженности электрического поля, n — единичная внешняя нормаль, $k > 0$ — волновое число, $\alpha > 0$ — поверхностный импеданс. Доказаны существование и единственность слабого решения задачи (1), получена априорная оценка нормы решения. Для гладкой границы

$\Gamma \in C^2$ установлены достаточные условия на исходные данные, обеспечивающие регулярность решения ($E \in H^1(\Omega)$) задачи (1).

Рассматривается задача управления, заключающаяся в минимизации функционала качества

$$J(E,\alpha) = \frac{\mu_0}{2}\|E - E_d\|_Q^2 + \frac{\mu_1}{2}\|\alpha\|_\Gamma^2$$

на слабых решениях задачи (1). Здесь Q — подобласть области Ω, функция E_d моделирует измеренную или желаемую в области Q напряженность электрического поля.

Доказывается разрешимость задачи управления, выводится система оптимальности, устанавливаются достаточные условия, обеспечивающие локальную единственность и устойчивость решения задачи управления для конкретных функционалов качества.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ (проект НШ-2810.2008.1), интеграционного гранта СО РАН+ДВО РАН+ УрО РАН (проект №116), гранта РФФИ-"Дальний Восток"(проект 09-01-98518-р_восток_а) и гранта ДВО РАН (09-III-B-01-018).

[1] Caconi F., Colton D., Monk P. The electromagnetic inverse scattering problem for partially coated lipschitz domains // Proceeding of the Edinburg Mathematical Society. 2004.V. 134. P. 661-682.

ОБРАТНАЯ КОЭФФИЦИЕНТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СТАЦИОНАРНОГО УРАВНЕНИЯ КОНВЕКЦИИ-ДИФФУЗИИ-РЕАКЦИИ

И.С. Вахитов *(ДВГУ, Владивосток)*

Целью работы является теоретический и численный анализ решения обратной экстремальной задачи идентификации старшего коэффициента двумерного эллиптического уравнения конвекции-диффузии-реакции, рассматриваемого в ограниченной области Ω, по дополнительным измерениям в некоторой подобласти $Q \subset \Omega$, из соотношений (см. [1])

$$-\mathrm{div}(\lambda\nabla\varphi) + \mathbf{u}\cdot\nabla\varphi + \kappa\varphi = f,$$

$$\varphi(x,y)\,|_{\Gamma_D} = \psi,\ \lambda(\frac{\partial\varphi}{\partial n} + \alpha\varphi)|_{\Gamma_N} = \chi.$$

В работе исследуется разрешимость и единственность рассматриваемой обратной экстремальной задачи, обосновывается применение принципа неопределенных множителей Лагранжа, выводится система оптимальности. На основе ее свойств разрабатывается численный алгоритм, основанный на методе Ньютона. Указанный алгоритм состоит из следующих этапов:

1. Полагаем $n = 0$. Выбираем некоторое начальное приближение $\varphi_n, \eta_n, \lambda_n$.

2. Вычисляем $(\bar{\varphi}, \bar{\eta}, \bar{\lambda}_n)$ как решение уравнения

$$\Psi'(\varphi_n, \eta_n, \lambda_n)[\bar{\varphi}\ \bar{\eta}\ \bar{\lambda}] = -\Psi(\varphi_n, \eta_n, \lambda_n). \tag{1}$$

3. Пересчитываем значения искомых величин по формулам

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n + \bar{\varphi},\ \eta_{n+1} = \eta_n + \bar{\eta},\ \lambda_{n+1} = \lambda_n + \bar{\lambda}_n. \tag{2}$$

4. Проверяем условия выхода из цикла. Если условия не выполняются, то полагаем $n = n + 1$ и переходим к пункту 2.

В заключение приводятся и анализируются результаты проведенных вычислительных экспериментов.

[1] Алексеев Г.В., Калинина Е.А. Идентификация младшего коэффициента для стационарного уравнения конвекции - диффузии - реакции // Сиб. журн. индустр. матем. 2007. Т. 11. № 1.

КОМБИНИРОВАННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ НА ОСНОВЕ ДВУХСЛОЙНОЙ СХЕМЫ

П.В. Виноградова *(ДВГУПС, Хабаровск)*, **А.Г. Зарубин** *(ТОГУ, Хабаровск)*

В гильбертовом пространстве для задачи Коши:

$$u'(t) + A(t)u(t) + K(t)u(t) = h(t), \quad u(0) = 0$$

исследуется проекционно-разностный метод, при этом дискретизация по времени проводится с помощью схемы Кранка-Николсон. В качестве аппроксимационного пространства используется линейная оболочка первых n собственных функций сходного с $A(t)$, самосопряженного положительно-определенного оператора. Проекционно-разностные методы на основе трехслойных разностных схем исследовались в [1], [2]. В данном докладе при предположениях на операторы $A(t)$ и $K(t)$, указанных в работах [1], [2], установлены новые оценки погрешности для дробных степеней главного оператора $A(t)$, а также оценки для производной по времени. Приведены приложения разработанного метода к решению начально-краевых задач для параболических уравнений.

[1] Виноградова П.В., Зарубин А.Г. Проекционно-разностный метод решения линейного дифференциально-операторного уравнения // Дифференц. уравнения. 2007. Т. 43, №9. С. 1230–1237.

[2] Виноградова П.В. Оценки погрешности проекционно-разностного метода для линейного дифференциально-операторного уравнения // Дифференц. уравнения. 2008. Т. 44, №7. С. 942–951.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕПЛООБМЕНА ПРИ СКОЛЬЗЯЩЕМ КОНТАКТЕ ЭЛЕКТРОДОВ

В.Д. Власенко *(ВЦ ДВО РАН, Хабаровск)*

Процесс теплообмена при электроискровом легировании при скользящем контакте электродов происходит следующим образом: электрод из твердосплавного материала скользит по упрочняемой поверхности и имеет положительный заряд; в месте контакта между электродом с положительным зарядом и изделием, имеющим отрицательный заряд, возникают электрические разряды, которые нагревают электрод и изделие.

Во время электрического разряда электроны из отрицательно заряженного изделия движутся к положительному заряженному электроду, а навстречу им движутся ионы расплавленного электрода и осаждаются на поверхности изделия. Поскольку теплопроводность и плотность электрода значительно выше, то в электрод направляется примерно 0,65 полной мощности подводимой энергии. Материал электрода, переносимый на изделие, служит дополнительным источником нагрева изделия.

Математическая модель процесса распространения тепла в изделии описывается дифференциальным уравнением в частных производных параболического типа. Для модели задаются начальные и граничные условия.

Решение исходной задачи ведется методом источников [1]. Метод источников позволяет решать задачи о распределении теплоты между соприкасающимися телами. Этот метод предполагает введение системы отраженных источников тепла для учета ограниченности размеров тел полупространством. Общее правило отражения состоит в том, что к основному реальному телу последовательно прикладывают ряд подобных ему тел с фиктивными источниками или стоками теплоты, причем каждое из последующих тел является зеркальным отражением предыдущего тела относительно плоскости их соприкосновения. Таким путем ограниченное тело приводится к неограниченному с новой системой источников теплоты.

При решении задачи движение источника имитируется рядом последовательных вспышек мгновенных источников теплоты. Чтобы описать температурное поле от движущегося источника необходимо производить интегрирование, накладывая поля температур от мгновенных источников друг на друга. Таким образом определяется температура тела, возникающая от большого количества последовательных импульсов с учетом координат источника и рассматриваемой точки.

Произведены численные расчеты и построены графики решения исходной задачи во всех рассматриваемых диапазонах.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 08-01-98502).

[1] Резников А.Н. Теплофизика резания. М.: Машиностроение, 1982. 290 с.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИИ

А.С. Волков *(ДВГУПС, Хабаровск)*,
Н.Е. Ершов *(ВЦ ДВО РАН, Хабаровск)*

Задачи фильтрации жидкости играют большую роль в жизнедеятельности общества. Нелинейные задачи более точно отражают эти процессы.

В работе рассматривается численное решение двумерной нелинейной нестационарной задачи фильтрации при определенных начальных и граничных условиях. Применяя интегральную подстановку, исходную задачу можно свести к квазилинейной задаче [1]. Используя эквивалентную вариационную постановку и метод конечных элементов, получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений, которая численно решается методом Рунге-Кутта.

Проведены численные эксперименты. Решены несколько модельных задач. Результаты представлены в графической форме.

[1] Тедеев Т.Р., Арунянц Г.Г. Нелинейная задача влагопроницаемости // Математическое моделирование. 2005. Т. 17, № 5. С. 85-94.

МОДЕЛИРОВАНИЕ И УЧЕТ СЕЗОННЫХ ВАРИАЦИЙ КООРДИНАТ ГЕОДИНАМИЧЕСКОЙ GPS СЕТИ

Г.Н. Герасимов, Н.В. Шестаков, М.Д. Герасименко

(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)

Результаты обработки GPS/ГЛОНАСС наблюдений показывают, что временные серии координат геодезических пунктов испытывают периодические (сезонные) вариации с периодом приблизительно равным 1 году. При малом количестве измерений на геодинамических пунктах (пункты, на которых только начаты спутниковые наблюдения; кратковременно наблюдаемые пункты; пункты, имеющие многочисленные сбои и отказы в работе GPS/ГЛОНАСС оборудования; пункты, наблюдения на которых выполняются апериодически и т.д.) игнорирование сезонных вариаций может привести к существенному искажению оценок среднегодовых скоростей смещений пунктов, традиционно оцениваемых при помощи линейной регрессии. Для оценки с учетом сезонных вариаций компонент скоростей смещений пунктов спутниковой сети в топоцентрической системе координат, результаты обработки GPS/ГЛОНАСС измерений аппроксимируются синусоидальной кривой. Поскольку количество наблюдений, как правило, превышает число определяемых параметров, для их нахождения используется МНК. Уравнения синусоидальной кривой не линейны относительно искомых неизвестных, что требует их линеаризации для формирования уравнений поправок и поиска решения итеративным методом. Таким образом, базируясь на сравнительно редкой сети постоянных GPS/ГЛОНАСС пунктов, можно оценить усредненные величины амплитуд и начальных фаз сезонных вариаций и их среднеквадратические ошибки для исследуемого района. Полученные значения коэффициентов затем используются в качестве априорной информации, на основе которых формируются два дополнительных уравнения поправок, присоединяемые к системе уравнений, полученных линеаризацией для циклически наблюдаемых пунктов.

[1] Owen S., Segall P. et al. Rapid deformation of Kilauea Volcano: Global Positioning System measurements between 1990 and 1996 // Journal of Geophysical Research. - 2000. - V. 105. - № B8. - P. 18983-18998.

[2] Shestakov N.V., Gerasimenko M.D., Kolomiets A.G., Gerasimov G.N., Gavrilov A.A., Kasahara M., Kato T. Last processing results of geodynamic GPS measurements in Primorye. // 5th Biennial Workshop on Subduction Processes emphasizing the Japan-Kuril-Kamchatka-Aleutian Arcs (JKASP-5). Sapporo, Japan, July 9-14, 2006. - P. 90-93.

ИЗМЕНЕНИЕ СТРУКТУРЫ МНОГОЧАСТИЧНОГО ПОТЕНЦИАЛА ПРИ ВНЕШНЕМ ВОЗДЕЙСТВИИ

М.А. Гузев *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

Бурное развитие компьютерной техники за последнее десятилетие позволило исследователям реализовать с высокой точностью многие вычислительные методы для решения задач моделирования природных и технических систем. Это, в частности, относится к методу молекулярной динамики, для которого отдельной задачей является выбор парного потенциала взаимодействия частиц $V(x)$. При этом для молекулярных систем существенно проявление коллективных эффектов поведения, которые зависят от потенциала всей системы. Поэтому изучение характеристик этого потенциала является одним из "кирпичиков" при анализе структуры фазовых траекторий динамической системы.

В данной работе задача исследования структуры потенциала формулируется с точки зрения отличия его топологических свойств от соответствующих свойств парного потенциала. Эта задача рассматривается для одномерной системы частиц, взаимодействие между которыми дается потенциалом $V(x_i - x_{i-1})$. При этом движение системы ограничено слева стенкой, а последняя частица движется по заданному закону: $x_{n+1} = L(t)$. Предполагается, что $V(x)$ является потенциалом Леннард–Джонсовского типа: $V(x) \to \infty$ монотонно при $x \to +0$, существует единственная точка минимума $a > 0$ и точка перегиба $b > a$, т. ч. $V(a), V(b) < 0$, а для $x \to +\infty$ функция $V(x) \to -0$ монотонно.

В работе показано, что тип, число критических потенциала системы зависит от отношения между параметрами b и $L(t)$. Для потенциала Леннарда–Джонса при $n = 2$ выполнены численные эксперименты, иллюстрирующие зависимость хаотизации системы от этих параметров.

Работа выполнена при поддержке грантов ДВО РАН № 09-I-П4-01 и № 09-II-СУ-03-002.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕОДНОРОДНОЙ СТРУКТУРЫ ДВУКОМПОНЕНТНОГО МАТЕРИАЛА МЕТОДОМ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИНАМИКИ

А.А. Дмитриев, Н.А. Пермяков *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

В работе рассматривается модель одномерного кристалла, состоящего из двух последовательно соединенных цепочек попарно взаимодействующих гармонических осцилляторов. Частицы одной цепочки отличаются от частиц другой, значениями своих микроскопических характеристик (массой и коэффициентом жесткости связи). Кристалл подвергается одноосному растяжению с постоянной силой или скоростью. Ранее было показано, что решение описанной задачи сводится к нахождению спектра матрицы межчастичного взаимодействия [1, 2], на основе которого выводятся уравнения движения всех частиц и уравнение состояния.

В рамках данной работы установлено, что численное решение спектральной задачи соответствующей системы характеризуется сильной неустойчивостью стандартных алгоритмов в точке перехода от частиц одного типа к частицам другого — так называемой переходной зоне. Для преодоления неустойчивости вычисляемых собственных значений разработан метод решения спектральной задачи, позволяющей найти границы всех корней исходного характеристического уравнения, если известны корни характеристических уравнений двух блоков, из которых состоит исходная матрица.

В случае рассматриваемой модели матрица имеет существенно двух блочную структуру, причем корнями характеристических уравнений каждого из блоков являются корни полиномов Чебышева второго рода, что позволяет найти ее собственные значения с высокой точностью для существенно большой размерности модели.

Работа выполнена при поддержке гранта ДВО РАН № 09-III-A-01-002.

[1] Гузев М.А., Дмитриев А.А., Пермяков Н.А. Точно решаемая модель молекулярной динамики // Мат. модели и методы мех. сплош. сред: Сборник научных трудов: к 60-летию А. А. Буренина. 2007. С. 65-74.

[2] Гузев М.А., Дмитриев А.А., Пермяков Н.А. Структура остаточного напряжения в модели молекулярной динамики // ДВМЖ. 2008. Т. 8, № 2. С. 152-163.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ОКЕАНЕ

Н.В. Долгополова *(ТОГУ, Хабаровск)*,

В.Д. Власенко *(ВЦ ДВО РАН, Хабаровск)*

Океаны представляют собой сложную гидрофизическую систему. Схематически структура океанов и соединенных с ними морей, в совокупности образующих систему, называют Мировым океаном. Расчет гидротермодинамического режима Мирового океана и его изменений со временем - актуальная и сложная задача механики сплошной среды. Нелинейность уравнений, описывающих тот или иной физический процесс, протекающий в океане, сложность формы рельефа дна и берегового очертания делают численное моделирование необходимым средством для изучения гидрофизических процессов в океане.

Для численной модели динамики океана в данной работе была использована численная схема К. Брайена [1], которая основана на полных уравнениях термодинамики океана и позволяет задавать произвольную форму рельефа дна и берегового контура, вести расчет на неравномерной сетке и в неодносвязной области.

В основу математической модели крупномасштабной гидротермодинамики океана была положена традиционная система нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, записанная в сферической системе координат. На поверхности поставлено условие "жесткой крышки задано ветровое напряжение и внешнее термохалинное воздействие. Система дифференциальных уравнений модели была выписана с использованием традиционных приближений, принятых при моделировании общей циркуляции океана и справедливых для определения осредненных полей океанологических характеристик.

При построении разностных аналогов уравнений модели применялся бокс-метод. Схема была реализована на сетке типа B по классификации Аракавы [2]. Она сравнительно хорошо описывает процесс геострофического приспособления в случае малого, по сравнению с шагом сетки, числа Россби.

Результаты проведенного тестового расчета на примере Японского моря показали, что численная модель воспроизводит океанские процессы, как баратропные и барахлинные вихри, восточное и западное пограничные течения, возникновение и развитие бараклинной неустойчивости, баратропизацию.

Был проведен вычислительный эксперимент с реальной топографией дна. В рамках сделанных предположений можно прийти к выводу, что сформированное поле температуры соответствует принятым представлениям о распределении тепла в Японском море.

[1] Bryan K. A numerical method for the study of the circulation of the world ocean /K.Bryan // Journal of Computational Physics. 1969. V.4. P. 347–376.

[2] Аракава А., Лэмб В.Р. Вычислительные схемы для основных динамических процессов в глобальной циркуляционной модели Калифорнийского университета в Лос-Анжелесе // Модели общей циркуляции атмосферы / Под ред. Ю. Чанга: Пер. с англ./ Под ред. С.А. Машковича. Л.: Гидротермоиздат, 1981. С. 197–284.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА С ПЛАЗМОЙ

Ю.В. Долгополова *(ТОГУ, Хабаровск)*,
В.Д. Власенко *(ВЦ ДВО РАН, Хабаровск)*

Взаимодействие мощных лазерных импульсов с плазмой в последнее время является объектом многочисленных теоретических и экспериментальных исследований. Поскольку распространение лазерного импульса в плазме сопровождается ускорением электронов и ионов, то на основе данных процессов возможно создание малогабаритных источников заряженных частиц с широким спектром применения в ядерной физике, биологии и медицине [1, 2].

Одним из методов исследования взаимодействия лазерных импульсов с плазмой является численное моделирование. Трудности построения адекватной численной модели рассматриваемого явления связаны с существенной нелинейностью и нестационарностью протекающих процессов, разнообразием пространственно-временных масштабов, наличием частиц с высокими скоростями.

В данной работе для исследования процесса проникновения лазерного излучения в плазму использовалась трехмерная кинетическая модель. Такая задача возникает в связи с проблемой возбуждения кильватерных волн с электрическими полями, которые могут производить эффективное ускорение заряженных частиц на достаточно больших расстояниях.

В области, имеющей форму параллелепипеда, находится фольга, моделируемая как тонкий слой плазмы, состоящей из электронов и ионов одного сорта. Для создания лазерного импульса с крутым передним фронтом (который необходим для ускорения частиц), импульс пропускается через фольгу. Лазерный импульс представлен набором электромагнитных волн различной амплитуды и поляризации, плазма моделируется набором достаточно большого числа модельных частиц. Рассматриваемый физический процесс описывается системой уравнений, состоящей из кинетических уравнений Власова для функций распределения электронов и ионов и системы уравнений Максвелла для электромагнитных полей. Уравнения Власова решаются методом частиц в ячейках [3], а уравнения Максвелла конечно-разностными методами на равномерной прямоугольной сетке. Электромагнитное поле в начальный момент времени отсутствует. Задана плотность плазмы. Лазерный импульс входит через левую границу области, известны его линейные размеры и амплитуда волн.

В результате проделанной работы были получены основные характеристики моделируемого процесса. Было показано, что в результате взаимодействия лазерного импульса с плазмой создается резкий передний фронт. Плазма за время взаимодействия с лазерным лучом существенно смещается. Образующийся после взаимодействия импульс можно использовать для ускорения частиц до релятивистских скоростей.

[1] Буланов С.В. Лазерное ускорение заряженных частиц в неоднородной плазме / С.В. Буланов, В.А. Вшивков, Г.И. Дудникова // Физика плазмы. 1999. Т.23. С. 284-295.

[2] Dudnikova G. Electron acceleration by few-cycle laser pulses with single-wavelength spot size / G. Dudnikova, V. Bychenkov, A. Maksimchuk. // Physical Review E. 2003. V. 67, №2, id. 0266416.

[3] Березин Ю.А. Методы частиц в динамике разряженной плазмы / Ю.А Березин, В.А. Вшивков. Новосибирск: Наука, 1980. 93 с.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АВТОМОБИЛЬНЫХ ПОТОКОВ

Н.Е. Ершов, Т.А. Котлова *(ВЦ ДВО РАН, Хабаровск)*

Исходная задача моделируется системой двух нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, в которых неизвестные функции - плотность и скорость автомобильных потоков, зависящих от двух пространственных переменных x, y и времени t при определенных начальных и граничных условиях. Такой подход к моделированию транспортных потоков называется квазигазодинамическим.

Для численного решения данной начально-краевой задачи используем устойчивую явную по времени разностную схему, производные по времени аппроксимируем правыми разностями с первым порядком точности, а пространственные производные аппроксимируем центральными разностями со вторым порядком точности. Проведены численные эксперименты. Решены несколько модельных задач, отражающие реальные ситуации на дорогах. Приведены графические результаты расчетов плотности и скорости в разные моменты времени.

ИЗУЧЕНИЕ ВИДОВОЙ СТРУКТУРЫ ЛЕСА НА ОСНОВЕ ОПЫТНЫХ ДАННЫХ

О.Л. Жданова *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*, **А.А. Семенихин** *(ДВГТУ, Владивосток)*

Видовой состав и насыщенность биоценоза зависят от условий среды. Существуют как резко обедненные сообщества полярных пустынь, так и богатейшие сообщества тропических лесов, коралловых рифов и т. п. Виды, преобладающие по численности, массе и развитию, называют доминантными; среди них выделяют эдификаторы - виды, которые своей жизнедеятельностью в наибольшей степени формируют среду обитания, предопределяя существование других организмов. Именно они порождают спектр разнообразия в биоценозе. Так, в еловом лесу доминирует ель, в смешанном - ель, береза и осина, в степи - ковыль и типчак. При этом ель в еловом лесу наряду с доминантностью обладает сильными эдификаторными свойствами, выражающимися в способности затенять почву, создавать кислую среду своими корнями и образовывать специфические подзолистые почвы. Вследствие этого под пологом ели могут жить только тенелюбивые растения [1].

На основе опытных данных контрольных площадок леса, полученных сотрудниками БПИ ДВО РАН, проводится анализ структуры лесного сообщества. Производится поиск статистически детерминированных структур сосуществующих видов деревьев; т.е. выявление групп видов деревьев, для которых совместное произрастание представляется комфортным и тех групп видов деревьев, которые вместе не растут. Для обработки опытных данных разработана программа, позволяющая оценить распределение видового состава деревьев на контрольных площадках; в частности, отрисовать кроны деревьев и посчитать распределение количества деревьев, находящихся в затемнении (т.е. с учетом перекрывающихся крон и видовой принадлежности). Последующее применение методов многомерного статистического анализа к полученным распределениям позволяет выявить детерминированные сообщества видов в естественном древостое.

[1] Видовая структура биоценозов // Экология России http://www.eco-net.ru/content/vidovaja-struktura-biocenozov

ОБ ОДНОМ РАЗНОСТНОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ВОДЫ В СЛОЕ НА ГРАНИЦЕ МЕЖДУ ПОЧВОЙ И ВНЕШНЕЙ СРЕДОЙ

Ю.В. Жулидова *(ГОУ ВПО ДВГГУ, Хабаровск)*, **А.Е. Поличка** *(ГОУ ВПО ДВГГУ, Хабаровск)*

Рассматривается процесс движения воды в слое на границе между почвой и внешней средой: W – влажность почвы (зависит от t и z); t – время; z – глубина от поверхности почвы (вниз); g – поток, количество воды, протекающей в единицу времени (c) через грань кубика; k – коэффициент влагопроводности; g – удельный вес воды; $p + gz$ – гидравлический напор, складывающийся из давления жидкости и действия сил тяжести (гравитационное поле). Нелинейная модель состоит из четырех уравнений. Уравнение водного баланса: $\dfrac{\partial W}{\partial t} = -\dfrac{\partial q}{\partial z}$. Баланс сил: $\dfrac{q}{k} = -\dfrac{\partial(p + \gamma z)}{\partial z}$, где правая часть уравнения дает разность напоров на верхней и нижней грани. Уравнения гидрофизических характеристик: $k = f_k(W)$; $W = f_W(p)$.

Для метода полной дискретизации с шагом τ по времени и с шагом h по пространственной переменной, следуя работе [1], устанавливаются локальная разрешимость для достаточного малого t_0 и сходимость в норме $w^2_{p,\tau}\left([0, t_0], L_2(\Omega_h)\right)$.

[1] Поличка А.Е. Применение теории позитивных операторов для исследования разностных параболических и эллиптических задач: Монография / А.Е. Поличка – Хабаровск: Изд-во ХГПУ, 2005. – 195 с.

РЕШЕНИЕ ИГРОВОЙ ЗАДАЧИ СБОРА УРОЖАЯ В БИОСООБЩЕСТВЕ

Н.С. Иванко *(Дальрыбвтуз, Владивосток)*

Решается задача сбора урожая n технологическими способами в сообществе с m биологическими промысловыми видами. Вектор биомасс видов обозначен x. Каждый способ сбора урожая реализуется в модели в виде управляющей функции $u_k(t)$ интенсивности применения этого способа, он стремится максимизировать свой критерий Φ_k полезности выбором управляющей функции. В результате задача приобретает следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(x, u) \\ \Phi_k = \int\limits_0^T \varphi_k(x, u_k)dt \to \sup \\ x(0) = x_0, k = 1, ..., n, i = 1, ...m. \end{cases} \tag{1}$$

Предполагается выполнение условий:

1) вектор-функция $f(x, u)$ непрерывно дифференцируема, вогнута по x и линейна u;

2) функции $\varphi_k(x, u_k)$ непрерывно дифференцируемы, линейны по x и строго вогнуты по u_k;

3) функция управления $u(t)$ выбирается из класса непрерывных неотрицательных функций.

Предложены два метода поиска равновесия по Нэшу для задачи (1). Оба способа несколько по-разному используют необходимые условия оптимальности в виде принципа максимума Понтрягина.

Приведены вычислительные примеры, иллюстрирующие работоспособность созданных методов поиска решений в задаче (1).

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ СТАЦИОНАРНЫХ УРАВНЕНИЙ ДИФРАКЦИИ УПРУГИХ ВОЛН

Л.В. Илларионова *(ВЦ ДВО РАН, Хабаровск)*

Пусть в пространстве $\mathbb{R}^3$, заполненном однородной изотропной средой, имеется однородной изотропное включение Ω_i, ограниченное замкнутой поверхностью S. Поставим задачу: изменяя источники упругих волн во внешней среде минимизировать отклонение поля смещений в Ω_i(либо его части) от некоторого требуемого. При этом изменение имеющихся источников не должно быть «большим».

Математически эту задачу можно сформулировать так. Найти функции $\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_e$ (комплексные амплитуды поля смещений проходящего и отраженного волновых полей) и управление $\mathbf{f}$, удовлетворяющие уравнениям:

$$\mu_{i(e)}\Delta\mathbf{u}_{i(e)} + (\lambda_{i(e)} + \mu_{i(e)})\nabla(\nabla\cdot\mathbf{u}_{i(e)}) + \omega^2\rho_{i(e)}\mathbf{u}_{i(e)} = 0 \text{ в } \Omega_{i(e)}, \tag{1}$$

$$\mathbf{u}_i = \tilde{\mathbf{u}}_e + \mathbf{g}, \quad T_i\mathbf{u}_i = T_e(\tilde{\mathbf{u}}_e + \mathbf{f}), \text{ на } S, \tag{2}$$

$$\frac{\partial\tilde{\mathbf{u}}_e^{(p)}}{\partial|x|} - ik_p\tilde{\mathbf{u}}_e^{(p)} = O(|x|^{-1}), \quad \frac{\partial\tilde{\mathbf{u}}_e^{(s)}}{\partial|x|} - ik_s\tilde{\mathbf{u}}_2^{(s)} = O(|x|^{-1}), \tag{3}$$

где $\mathbf{g} = 0$, $\mathbf{f} = T_e(\mathbf{u}_0 - \mathbf{u}_F)$ — неизвестная функция (управление). Экстремальное условие можно записать в виде

$$\frac{1}{2}\int_Q |\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_d|^2\,dx + \frac{\lambda}{2}\|\mathbf{f} - \mathbf{f}_d\|^2_{H^2(S)} \to \min, \quad \mathbf{f} \in \mathbf{K}, \tag{4}$$

где $\mathbf{f}_d$ — заданная на S функция, $\mathbf{K}$ — некоторое множество функций, заданных на S.

Здесь $k_{i(e)}$ — волновое число, $\lambda_{i(e)}$, $\mu_{i(e)}$, $\rho_{i(e)}$ — параметры Ламе и плотность в $\Omega_{i(e)}$, λ —заданное положительное вещественное число; $\mathbf{u}_d$ и $\mathbf{g}$ — заданные на Q и S соответственно комплекснозначные функции (Q — подмножество Ω_i).

Доказывается существование единственного решения, описывается алгоритм конечномерной аппроксимации и обосновывается его сходимость. Отметим, что ранее автором была исследована аналогичная задача для уравнений дифракции акустических волн [1]. Одним из отличий задачи рассматриваемой в настоящей работе является, то что мы вынуждены искать решение в классе $C^{1,\alpha}$, т.к. отсутствуют результаты о корректной разрешимости задачи дифракции (1)–(3) в пространствах Соболева H^1.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 08-01-00947-а, № 09-07-98509) и ДВО РАН (проекты № 09-I-П2-01, № 09-II-СО-01-005).

[1] Илларионова Л.В. Задача оптимального управления для стационарных уравнений дифракции акустических волн // Журн. выч. матем. и матем. физ. 2008. Т. 48, №2. С. 297-308.

ОЦЕНКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ РАЗМЕРОВ ЗЕМЛИ ПО ДАННЫМ КОСМИЧЕСКОЙ ГЕОДЕЗИИ

А.В. Ильницкая *(ИОС ДВГУ, Владивосток)*

Последние достижения в развитии космических геодезических систем позволили на сегодняшний день значительно уточнить наши знания в области изучения геодинамических явлений как локального, так и планетарного характера. Однако до сих пор нет однозначного ответа на один из фундаментальных вопросов - изменяет ли во времени свои размеры планета Земля? Поэтому одной из интереснейших проблем на сегодняшний день является проблема выявления возможного изменения (сжатия-расширения) планеты в целом. Многие исследователи давали свои оценки изменения среднего радиуса Земли, однако алгоритмы вычисления вызывают много вопросов.

В нашем исследовании возможное изменение размеров Земли смоделировано с использованием только вертикальных компонент скоростей движений квазистабильных пунктов. В качестве исходных данных для вычислений использовалось поле скоростей международной общеземной системы координат ITRF2000, состоящей из таких космических систем как GPS, VLBI, DORIS и SLR. На основании этих данных была также составлена модель возможного изменения размера Земли, с использованием изменений длин базовых линий (хорд) пар квазистабильных пунктов, расположенных на противоположных сторонах земной сферы. В алгоритмах вычислений этих двух моделей использовались полные ковариационные матрицы скоростей движений квазистабильных пунктов. Отметим также, что совместное применение данных моделей позволило обеспечить дополнительный контроль результатов вычислений.

Полученные в процессе вычислений оценки возможного изменения размеров Земли достаточно хорошо согласуются с результатами последних исследований в данной области и лежат в пределах ≈ 1 мм/год с оценкой точности порядка десятых долей мм/год [2, 3]. Однако отметим, что в дальнейших исследованиях в качестве исходных данных следует привлекать наблюдения, свободные от возможных систематических влияний, связанных с фиксацией ITRF2000.

[1] Блинов В.Ф. Растущая Земля: из планет в звезды. - М.: Едиториал УРСС, 2003.

[2] Герасименко М.Д., Касахара М. Движения и деформации литосферных плит по данным космической геодезии (к вопросу о фиксации кинематической системы координат) // Тихоокеанская геология. 2002. Т. 21, № 1. С. 5-13.

[3] Кафтан В.И., Цыба Е.Н. Оценка изменений среднего радиус- вектора пунктов глобальной геодезической сети // Геодезия и картография. 2008, № 10. С. 14-21.

[4] Dan Bridges L. W. Our expanding Earth: The ultimate cause. - Denver, Colorado, USA.: Oran V. Printing, 2002. - 103 p.

ДВУСТОРОННИЕ ОЦЕНКИ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ЕМКОСТИ КОНЕЧНОГО ЧИСЛА ИНТЕРВАЛОВ

Д.Б. Карп *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

Теория потенциала на дополнении конечного набора интервалов до комплексной сферы привлекает активное внимание исследователей - как специалистов по теории функций так и по прикладной математике (в частности, по анализу сигналов). В докладе мы касаемся одного аспекта этой теории - логарифмической емкости замкнутых подмножеств действительной оси. Мы приводим простые но весьма точные верхние и нижние оценки для емкости конечного набора интервалов и нижнюю оценку справедливую также для множеств, состоящих из счетного набора интервалов. Мы обсуждаем известные методы точного вычисления емкости набора интервалов и демонстрируем результаты численного сравнения наших оценок с точными значениями емкости. Главными инструментами доказательств приводимых неравенств являются разделяющее преобразование и диссиметризация, введенные В.Н. Дубининым и версия последней, разработанная К. Халисте, плюс некоторые классические результаты о монотонности логарифмической емкости под действием симметризации и проектирования. Неравенства, представленные в докладе, представляют собой улучшение предыдущих результатов А.Ю. Солынина и К. Шифермайра.

Результаты, представленные в докладе получены совместно с В.Н. Дубининым. Работа поддержана ДВО РАН (гранты 09-III-A-01-008 и 09-II-CO-01-003), РФФИ (грант 08-01-00028-а) и программой поддержки ведущих научных школ (грант НШ-2810.2008.1).

ВАРИАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП ДЛЯ ЗАДАЧИ О СТАЦИОНАРНОМ РАСПРОСТРАНЕНИИ АВТОМОДЕЛЬНОЙ ВОЛНЫ ХИМИЧЕСКИХ ПРЕВРАЩЕНИЙ

А.И. Карпов *(ИПМ УрО РАН, Ижевск)*

Рассматривается математическая модель стационарного режима распространения фронта химического превращения на примере распространения пламени по перемешанной газовой смеси. В подвижной системе координат, связанной с фронтом реакции, стационарное уравнение переноса имеет вид

$$Cm\frac{dT}{dx} = \lambda\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{p}{RT}WQ, \tag{1}$$

где $W = T^a k \exp\left(-E/R_0T\right)$.

Общая схема численного решения нелинейного уравнения (1) основана на итерационной последовательности вида

$$Cm^{(n)}\frac{dT^{(n+1)}}{dx} = \lambda\frac{d^2T^{(n+1)}}{dx^2} + Q\frac{p}{RT^{(n)}}W\left(T^{(n)}\right), \tag{2}$$

$$m^{(n+1)} = \int\limits_{-\infty}^{0} \left(p\middle/RT^{(n+1)}\right)\rho W\left(T^{(n+1)}\right)dx. \tag{3}$$

Основная идея предлагаемого здесь подхода заключается в формулировке вариационной постановки в виде минимизации некоторого функционала $P = \int \sigma dx$, который, при соответствующем выборе потенциала σ, обеспечивает эквивалентность дифференциальной постановке. Целью является получение условия вида $\partial P/\partial m = 0$ для параметра m (дополнительно к соотношениям $\partial P/\partial a_i = 0$, для $T(x) = \sum a_i N_i(x)$) и его представлении как зависимой переменной. Анализ основан на применении экстремальных принципов термодинамики необратимых процессов, базирующихся на минимальном производстве энтропии в стационарном состоянии термодинамической системы. Рассмотрены различные формы потенциала σ (представление через обобщенные силы, термодинамические потоки и комбинированный подход).

Получено соотношение, позволяющее оптимизировать вычислительный алгоритм через преобразование двухшаговой итерационной схемы (2)-(3) к одношаговой.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 07-08-96044-р_урал_а).

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА ПОЛЯРИЗОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПЛОСКОМ СЛОЕ

А.Е. Ковтанюк *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

Исследуется краевая задача для векторного уравнения переноса излучения в среде, имеющей плоскопараллельное строение. При моделировании процесса прохождения излучения через вещество важным является описание эффектов, возникающих на контактных границах между различными материалами. В теории переноса это учитывается с помощью различных условий сопряжения на границе раздела сред. Наиболее изученными являются краевые задачи для скалярного уравнения переноса с условиями непрерывной склейки решения на границах раздела сред.

В [1] получены качественные свойства решения краевых задач для скалярного уравнения переноса с условиями сопряжения френелевского типа для случая плоскопараллельной симметрии. В данной работе, обобщаются результаты статьи [1] на векторный случай. Исследованы непрерывные свойства решения краевой задачи для уравнения переноса поляризованного излучения в слоистой среде. Получены теоремы о разрешимости краевой задачи и оценки типа принципа максимума.

Реализован рекурсивный вычислительный алгоритм на основе алгоритма метода Монте-Карло для нахождения решения прямой задачи. Обсуждается сходимость и проведена оценка точности рассматриваемого метода. На основе проведенных вычислительных экспериментов анализируется влияние рассеяния и коэффициента преломления на уровень поляризации проходящего излучения.

В предположении, что коэффициент преломления принимает постоянные значения в каждом слое, исследуется задача нахождения его значений по известному выходящему излучению. В качестве индикатора для определения значений коэффициента преломления берется уровень поляризации выходящего излучения. Метод основан на наличии особенностей уровня поляризации в направлениях, соответствующих углам полного внутреннего отражения.

Работа поддержана грантом РФФИ (проект 09-01-98521), грантом конкурса Ведущих научных школ РФ (проект НШ-2810.2008.1) и грантами конкурса интеграционных проектов ДВО, СО и УрО РАН (проекты 09-II- СУ-001, 09-II-СО-004).

[1] Prokhorov I.V., Yarovenko I.P., and Krasnikova T.V. An extremum problem for the radiation transfer equation// Journal of Inverse and Ill-Posed Problems. 2005. V. 13. N 4. P.365-382.

ДИНАМИЧЕСКИЕ ПОСЛЕДСТВИЯ ПРОМЫСЛА В МЕНДЕЛЕВСКОЙ ПОПУЛЯЦИИ

Е.А. Колбина *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

В большой серии современных исследований отмечено почти катастрофическое снижение эффективной численности популяций и потеря генетического разнообразия в результате антропогенного воздействия. Причем эти негативные для биологических видов тенденции наблюдаются не только в промышляемых популяциях (например, изменение генетической структуры породообразующих деревьев при восстановлении лесов после вырубки), промысловых видов рыб, но и в популяциях, которые явно не эксплуатируются, а испытывают на себе влияние антропогенного воздействия за счет фрагментации и сокращения среды обитания (например, генетические изменения в популяции саламандры). Окончательное решение вопроса, что происходит с адаптивной изменчивостью видов на фоне антропогенного воздействия, не является очевидным и тоже привлекает интерес исследователей.

В работе исследуется математическая модель динамики численности и генетического состава менделевской однолокусной популяции с плотностно зависимым отбором, подверженной промыслу. Рассмотрены две наиболее популярные стратегии промысла. Показано, что оптимальная доля изъятия не зависит от рассматриваемых стратегий промысла. Проведен сравнительный анализ динамики неэксплуатируемой популяции и популяции, подверженной промыслу. Показано, что оптимальный промысел с постоянной долей изъятия стабилизирует популяционную динамику. Промысел с переменной долей изъятия может вызывать колебания численности, а при определенных начальных условиях — даже привести к вымиранию популяции.

Особое внимание уделяется изучению возможности сохранения или утраты полиморфизма в результате оптимального равновесного промысла. Показано, что в условиях плотностно зависимого отбора вылов приводит к изменению внутрипопуляционных параметров; в результате более приспособленными могут оказываться те генотипы, которые были наименее приспособлены в неэксплуатируемой популяции; соответственно, изменится генетический состав популяции в равновесии. Т.е. генетически мономорфное равновесие может потерять устойчивость и в популяции сохранится полиморфизм; или наоборот, полиморфное равновесие потеряет устойчивость и в популяции установится мономорфизм. Таким образом, оптимальный промысел в одних случаях способен сохранить генетическое разнообразие популяции, в других — привести к его утрате.

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ МГД ТЕЧЕНИЕМ ГАРТМАНА

О.С. Колесова *(ДВГУ, Владивосток)*

Рассматривается задача оптимального управления для модели одномерного магнитогидродинамического (МГД) течения между параллельными плоскостями.

$$\dot{u} - \nu u_{xx} = -f + S\beta B_x, \quad \dot{B} - \nu_m B_{xx} = \beta u_x,$$

$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=1} = 0, \quad u|_{t=0} = u_0,$$

$$B_x|_{x=0} = 0, \quad B_x|_{x=1} = 0, \quad B|_{t=0} = B_0.$$

Здесь $u = u(x,t)$ — скорость течения, $B = B(x,t)$ — магнитная индукция, $\beta = const$ — индукция внешенего магнитного поля, $f = f(t)$ — перепад давления на единицу длины канала, который является управлением, ν, ν_m, S — положительные постоянные. Рассматриваемая модель получается из уравнений МГД вязкой несжимаемой среды [1].

Требуется построить управление $f(t), |f(t)| \leq 1$ типа обратной связи, которое минимизирует функционал

$$J = \frac{\mu}{2}\int\limits_0^1 (u^2 + B^2)|_{t=T} dx + \frac{1}{2}\int\limits_0^T\int\limits_0^1 [(u - u_d)^2 + (B - B_d)^2] dx dt.$$

Здесь u_d, B_d — заданные функции, $\mu \geq 0$.

На основе принципа Лагранжа для гладких экстремальных задач [2] получены необходимые и достаточные условия оптимальности. В работе обобщен подход [3] на систему уравнений с распределенными параметрами и найдено представление оптимального управления в виде обратной связи.

[1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М Теоретическая физика. Т.8. Электродинамика сплошных сред. //М.: Физмалит, 2005, 656с.

[2] Фурсиков А.В. Оптимальное управление распределенными системами. Теория и приложения. // Новосибирск: Научная книга, 1999, 350с.

[3] Ащепков Л.Т., Шапаренко Н.Н. Оптимальный синтез и упреждающая стабилизация линейной системы // Изв. академии наук. Теория и системы управления. 1999. N1. С. 24-30.

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕЖВИДОВЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В ДРЕВЕСНОМ СООБЩЕСТВЕ

А.Н. Колобов *(ИКАРП ДВО РАН, Биробиджан)*

В данном сообщении приводятся результаты построения и исследования имитационной модели, описывающей пространственно-временную динамику древесных сообществ. Проанализированы возможные режимы динамики в зависимости от характера межвидовых взаимодействий в древесном сообществе.

Моделирование динамики древостоя складывается из моделирования роста каждого дерева и оценки его основных таксационных характеристик: биомассы, высоты, диаметра ствола и кроны. При этом учитывается пространственное расположение дерева и влияние со стороны окружающих деревьев, заключающееся в перераспределении, в результате конкуренции, доли внешних ресурсов, приходящихся на данное растение, например количество света. Рост каждого дерева описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dV}{dt} = E(Q) \cdot bV - cVH \\ \\ \dfrac{dH}{dt} = \alpha H \cdot (H_{max} - H) \\ D = \sqrt{\dfrac{4V}{\pi \cdot H \cdot f}}, \end{cases}$$

где V – объем дерева, H – высота, D – диаметр, E – интенсивность фотосинтеза единицы листовой поверхности, Q – доля солнечной радиации при затенении окружающим древостоем, f – видовое число, показывающее отклонение от идеального цилиндра.

Кроме процессов роста учитывается семенное размножение растений и процессы отмирания деревьев в результате конкуренции за свет и других причин.

Проведены вычислительные эксперименты с различными наборами исходных данных. В качестве исследуемых видов, были рассмотрены: ель, пихта, кедр и береза. Результаты моделирования межвидовых взаимодействий в различных комбинациях показали, что в данных климатических условиях ель оказывается самым сильным конкурентом, береза самым слабым видом. При этом пихта и ель сосуществуют на одной территории. Исследования также показали, что конкурентные взаимодействия в значительной степени определяются характером кривой роста дерева.

Исследования проведены при финансовой поддержке ДВО РАН (в рамках Программы Президиума РАН номер 23 "Биоразнообразие"), проект 09-I-П23-12 и РФФИ: проект 09-04-00146-а.

ОБЪЕДИНЕНИЕ ГЛОБАЛЬНЫХ КОСМИЧЕСКИХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

А.Г. Коломиец *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

Проблема фиксации общеземной системы координат по данным космической геодезии имеет определяющее значение для исследования физики Земли, прогноза землетрясений, построения спутниковых систем и т.п. В настоящее время для этих целей используется, как правило, международная общеземная геодезическая система координат ITRF2000 или ITRF2005. Эта система координат получена из объединения глобальных космических геодезических сетей VLBI, SLR, DORIS и GPS. При реализации этой системы использовалась геолого-геофизическая модель NNR NUVEL-1A, которую нельзя считать полностью доказанной теорией, о чем свидетельствуют многочисленные работы в этой области. В результате данные, полученные в системах координат ITRF2000 или ITRF2005, могут искажать результаты научных исследований.

Нами предлагается алгоритм определения кинематической системы координат только по данным космических геодезических сетей без привлечения каких-либо геолого-геофизических моделей. Принятый нами алгоритм вычислений может быть разделен на два этапа. На первом этапе мы проводим объединение сетей методом рекуррентного уравнивания. На втором, в случае необходимости, проводим поиск приемлемой системы координат и ее фиксацию итеративным взвешенным методом подобных трансформаций (S-трансформаций).

[1] Коломиец А.Г., Герасименко М.Д., Крето Ж.-Ф., Сударин Л. Фиксация трехмерной кинематической системы координат по данным спутниковой геодезии // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. 2007, № 3, С. 23-32.

[2] Герасименко М.Д., Коломиец А.Г. К вопросу о фиксации системы координат свободных геодезических сетей // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. 2008. № 2. С. 29-33.

ДИНАМИКА ГИБКОЙ НИТИ В ВИХРЕВОМ ПОТОКЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Н.С. Константинов, Н.Л. Ющенко *(ДВГУПС, Хабаровск)*

Два тела, соединенных гибкой тяжелой нитью, находятся в плоскопараллельном потоке жидкости. Распределение скорости жидкости по глубине известно. Геометрия равновесного положения нити определена [1]. Периодический срыв вихрей с поверхности нити индуцирует поперечные колебания в бинормальной плоскости. Локальная частота срыва определяется числом Струхаля [2].

Колебания гибкой нити определяет нестационарное движение тела, закрепленного на конце нити и работоспособность всей системы.

Математическая модель динамики системы описывается краевой задачей для гиперболического уравнения, причем диссипативные силы имеют слабую нелинейность. Краевые условия определяются движением тел на концах нити.

Внешнее вихревое возмущение описывается распределенной силой с переменной частотой.

Линеаризация функции диссипации позволяет получить решение краевой задачи для случая резонанса, когда собственные частоты колебания нити содержатся в спектре частот внешнего возмущения.

[1] Константинов Н.С. О движении системы тел, соединенных гибкой нитью в неоднородном потоке жидкости // ДАН УССР, серия А, №8. 1970.

[2] Казакевич М., Василенко А. Вихревое возбуждение аэроупругих колебаний цилиндрического тела любого сечения // Энергетика, 1991. №1. С.72-81

АЛГОРИТМЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Т.А. Крицкая *(ТОГУ, Хабаровск)*, **В.Д. Власенко** *(ВЦ ДВО РАН, Хабаровск)*

Вейвлет-преобразование стремительно завоевывает популярность в таких областях, как телекоммуникации, компьютерная графика, биология, медицина и т.д. Благодаря хорошей приспособленности к анализу нестационарных сигналов (т.е. таких, чьи статистические характеристики изменяются во времени) оно стало мощной альтернативой преобразованию Фурье в ряде медицинских приложений. Так как многие медицинские сигналы нестационарны, вейвлет-преобразования используются для распознавания и обнаружения ключевых диагностических признаков, а также для сжатия изображений с минимальными потерями диагностической информации.

Большинство медицинских сигналов имеет сложные частотно-временные характеристики. Как правило, такие сигналы состоят из близких по времени, короткоживущих высокочастотных компонентов и долговременных, близких по частоте низкочастотных компонентов. Для анализа таких сигналов нужен метод, способный обеспечить хорошее разрешение и по частоте, и по времени. Первое требуется для локализации низкочастотных составляющих, второе - для разрешения компонентов высокой частоты.

Есть два подхода к анализу нестационарных сигналов такого типа. Первый - локальное преобразование Фурье. Следуя по этому пути, мы работаем с нестационарным сигналом, как со стационарным, разбив его предварительно на сегменты (фреймы), статистика которых не меняется со временем. Второй подход - вейвлет-преобразование. В этом случае нестационарный сигнал анализируется путем разложения по базисным функциям, полученным из некоторого прототипа путем сжатий, растяжений и сдвигов. Функция-прототип называется анализирующим, или материнским, вейвлетом, выбранным для исследования данного сигнала.

Наибольшую проблему при использовании гауссовых вейвлетов представляет необходимость затрачивать большие вычислительные ресурсы для построения набора вейвлет-коэффициентов функции. И это стимулирует поиски путей увеличения скорости вычисления.

В работе предложены два варианта решения задачи: дискретизация вейвлет-преобразования с применением фреймов и оптимизация алгоритма вычислений.

В обоих случаях накладываются ограничения на выбор масштаба или смещения при вычислении преобразования. Использование фреймов дает в результате преобразования минимальный набор функций, необходимый для восстановления функции. Однако, при этом теряются детали поведения вейвлет-образа на больших масштабах. Оптимизация алгоритмов сохраняет почти полный набор вейвлет-коэффициентов. Предложенный способ позволяет достигнуть скорость, лишь немного уступающий скорости работы алгоритма, использующего фреймы.

КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ ПОКАЗАТЕЛЬ СИНХРОНИЗАЦИИ СИСТЕМЫ СИММЕТРИЧНО СВЯЗАННЫХ ПОПУЛЯЦИЙ

М.П. Кулаков *(ИКАРП ДВО РАН, Биробиджан)*

Системы связанных отображений, выступающие как простейшие модели миграционного взаимодействия, демонстрируют богатую феноменологию: переход к хаосу через бифуркации удвоения периода, эффекты мультистабильности, синхронизации, хаос, квазипериодическая динамика, перемежаемость и прочее. В данной работе исследуются эффекты мультистабильности при переде к хаосу в простейшем случае, когда популяция представлена двумя группировками, а за сезон возможно одно расселение

$$\begin{cases} x_{n+1} = f(x_n) + m \cdot (f(y_n) - f(x_n)) \\ y_{n+1} = f(y_n) + m \cdot (f(x_n) - f(y_n)) \,. \end{cases} \qquad (1)$$

Здесь x_n и y_n – численности каждой из популяций в n сезон, m – доля мигрирующих особей, f – функция воспроизводства, в качестве которой использовалась функции запас-пополнение Рикера $f(x) = axe^{-bx}$.

Область существования и эволюции мультистабильных состояний подобной системы для унимодальных $f(x)$, может быть представлена многолистной поверхностью в пространстве параметров, где каждому слою соответствует свой режим синхронизации. Для идентификации этих видов колебаний предлагается использовать количественный показатель синхронизации колебаний

$$\sigma = \frac{1}{N-n}\sum_{i=n}^{N}\left|\frac{x_i - y_i}{x_i}\right|, \tag{2}$$

где x_i $(i = \overline{0,\ N})$ – реализации системы (1), из которых $N-n$ на аттракторе. Этот показатель равен нулю при полной синхронизации, отличен при противофазной синхронизации. Для двух разных аттракторов с разной степенью синхронизацией значения показателя (2) будут различны. Это свойство было использовано для идентификации на фазовой плоскости областей, соответствующих различным начальным условиям системы приводящим к конкретным режимам синхронизации. В результате удалось построить бассейн притяжения аттракторов и исследовать их свойства.

Особое внимание уделено изучению бифуркационых механизмов формирования и разрушения синфазной и противофазной динамики, а так же переходам от одного типа синхронизации к другому. Рассматривались особенности рождения 2-цикла при прохождении мультипликатора через -1 и его разрушение, при дальнейшем изменении параметров, сопровождающихся каскадом удвоения периода или рождение тора, когда вторые мультипликаторы проходят через -1 или +1 соответственно.

Исследования проведены при частичной финансовой поддержке ДВО РАН (конкурсные проекты 09-I-P15-01, 09-II-CO-06-006) и РФФИ (проект 09-04-00146).

ПОНИЖЕННАЯ ПРИСПОСОБЛЕННОСТЬ ГЕТЕРОЗИГОТЫ И УСТОЙЧИВЫЙ ПОЛИМОРФИЗМ В СТРУКТУРИРОВАННОЙ ПОПУЛЯЦИИ

Д.А. Лескова, О.Л. Жданова *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

Ограничение роста численности большинства природных популяций связано с ограничением жизненно-важных экологических ресурсов; при этом в популяции, как правило, наблюдается действие плотностно- зависимого отбора. Кроме того, особенности жизненного цикла многих биологических видов формируют и возрастную подразделенность популяции. В нашей работе исследуется особенности действия естественного отбора, обусловленные влиянием таких факторов как онтогенез и плотностное лимитирование роста численности.

Мы рассмотрели действие естественного отбора в популяции, состоящей из двух возрастных классов; при этом генетически определяется плодовитость старшего возрастного класса, а плотностно-зависимый отбор лимитирует численность особей дорепродуктивного возраста. Показали, как с ростом параметров репродуктивного потенциала и выживаемости под действием естественного отбора происходит усложнение динамики численности: при небольших значениях этих параметров численность постоянна, потом появляются колебания - сначала регулярные, а далее - и хаотические. Этот результат согласуется с предыдущими исследованиями динамики популяций, подверженных действию плотностно-зависимого отбора [1].

Численное исследование модели показало, что двух-возрастная популяция может быть полиморфной даже при пониженной приспособленности гетерозиготы. Подобное явление не имеет аналога ни в классической задаче о действии естественного отбора, решенной Райтом, ни в лимитированной однородной популяции. По-видимому, существование такого неожиданного полиморфизма объясняется именно наличием возрастной структуры. При этом возникают флуктуации численности и генетического состава, что приводит к нарушению фундаментальной теоремы естественного отбора, т.к. средняя приспособленность популяции колеблется и не достигает своего максимума.

[1] Фрисман Е.Я., Жданова О.Л. Режимы динамики генетической структуры и численности в моделях эволюции локальной лимированной популяции // ПНД. 2006. Т. 14, № 1. С. 99-113.

ПОГРЕШНОСТЬ АСИМПТОТИЧЕСКИХ ФОРМУЛ В МОДЕЛЯХ ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ

А.С. Лосев *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

Рассмотрим неориентированный граф Γ, со множеством вершин U и множеством ребер W. Выделим в графе начальную и конечную вершину, и обозначим через $\mathcal{R}$ множество путей R, соединяющих эти вершины. Обозначим $D_\Gamma = \min\limits_{R\in\mathcal{R}} \max\limits_{w\in R} d_w$, и положим $N_\Gamma = \min(N_R : R \in \mathcal{R},\ \max\limits_{w\in R} d_w = D_\Gamma)$, где N_R это количество ребер w в пути R, таких что $d_w = D_\Gamma$.

Теорема. Положим что все ребра графа работают независимо с вероятностью $p_w \sim \exp(-h^{-d_w})$, где $d_w > 0$, при $h \to 0$, тогда:

$$\frac{\ln P_\Gamma}{-N_\Gamma h^{-D_\Gamma}} - 1 \sim \frac{N_\Gamma h^{D_\Gamma - D'_\Gamma}}{N'_\Gamma},\ \ h \to 0,$$

где P_Γ вероятность существования работающего пути в графе Γ, а D'_Γ и N'_Γ некоторые константы.

Следствие 1. Если $h = 1/t$ при $t \to \infty$, то

$$\frac{\ln P_\Gamma}{-N_\Gamma t^{D_\Gamma}} - 1 \sim \frac{N_\Gamma t^{D'_\Gamma - D_\Gamma}}{N'_\Gamma}.$$

Следствие 2. Если $h = \exp(-t)$ при $t \to \infty$, то

$$\frac{\ln P_\Gamma}{-N_\Gamma e^{t\ D_\Gamma}} - 1 \sim \frac{N_\Gamma \exp(t(D'_\Gamma - D_\Gamma))}{N'_\Gamma}.$$

Сопоставим каждому ребру независимую случайную величину, имеющую смысл его времени жизни и обозначим $p_w = P(\tau_w > t)$, тогда полученная степенная в следствии (1), экспоненциальная в следствии (2), скорость сходимости характерна для распределения Вейбулла и Гомпертца, соответственно.

ВАРИАЦИОННАЯ ЗАДАЧА МИНИМИЗАЦИИ ФУНКЦИОНАЛА ДИССИПАЦИИ ЭНЕРГИИ СИЛАМИ ВЯЗКОГО ТРЕНИЯ

И.Ю. Лудов *(ДВГУ, Владивосток)*

Эксперименты по воссозданию в лабораторных условиях аналогов определенных крупномасштабных когерентных структур океана - циклонических и антициклонических вихрей - позволяют сделать выводы, что в процессе их формирования важную роль играет диссипация кинетической энергии (см. [1]). Поскольку сам процесс геострофического приспособления связан со сложными трехмерными течениями в жидкости и турбулентными явлениями, его аналитическое и численное моделирование представляется проблематичным. Несмотря на это, можно попытаться построить конечное квазистационарное состояние сплошной среды, которое, в соответствии с принципами неравновесной термодинамики, должно характеризоваться минимальным производством энтропии. Ключевой гипотезой данной работы является предположение, согласно которому в конечном состоянии уже отсутствуют основные процессы переноса кинетической энергии на микроскопический масштаб, и вся диссипация осуществляется за счет сил вязкого трения, суммарная мощность которых также должна быть минимизирована.

В рамках данного подхода имеем модель океанического вихря, в виде вращающейся линзы вязкой жидкости, погруженной в слой более тяжелой жидкости, неподвижный относительно вращающейся с постоянной угловой скоростью системы отсчета. Показано, что в сделанных предположениях абсолютная величина скорости верхнего слоя не зависит от глубины и для нее получена формула.

Учитывая указанную связь скорости верхнего слоя с формой границы раздела, сконструирован функционал диссипации в энергетической форме (используется предположение изотермичности). Соответствующие уравнения Эйлера-Лагранжа слишком сложны для аналитического решения, даже если его искать в форме двух неизвестных функций $h(r)$ и $v(r)$, имеющих связь. Поэтому дальнейшее их исследование связано с применением прямых методов сведения задачи к конечномерной.

Работа выполнена при поддержке гранта НШ - 2810.2008.1.

[1] Stegner A., Bouruet-Aubertot P., Pichon T. Nonlinear adjustment of density fronts. Part 1. The Rossby scenario and experimental reality // J. Fluid Mech. 2004. Vol. 502. pp. 335-360.

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ЗАДАЧИ СТОХАСТИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ

Д.А. Лютаев *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

Одним из инструментов моделирования дорожных сетей являются прогнозные модели. К ним относится задача поиска равновесия по Вардропу [1], когда каждый водитель имеет полную информацию о функции стоимости проезда по всем существуемым маршрутам от исходного пункта до точки назначения, и стремится минимизировать свою индивидуальную стоимость проезда.

Реально индивидуальная стоимость прохождения маршрута является случайной величниой. В этом случае можно определить *стохастическое равновесие* [2], которое формулируется следующим образом:

$$\frac{f_{rs}^k}{q_{rs}} = P_{rs}^k(C_{rs}^k \leq C_{rs}^l, \forall l \neq k \in K_{rs}),$$

где rs - пара вершин источник-сток, q_{rs} - объем корреспонденции из вершины r в вершину s, k - номер маршрута, K - множество маршрутов, соединяющих вершины r и s, f_{rs}^k - часть корреспонденции q_{rs}, использующая маршрут k.

Используя прием, предложенный в [3], были проведены тестовые эксперименты, которые показали, что при определенных условиях может возникать ситуация, когда более привлекательным с точки зрения пользователей является маршрут, имеющий большее ожидаемое стоимостное значение.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 09-III-В-01-017 "Исследование свойств и построение декомпозиционных методов решения обобщенных вариационных неравенств большой размерности".

[1] Швецов В.И. Математическое моделирование транспортных потоков. Автоматика и телемеханика, 2003, No. 11, С. 3-46.

[2] Sheffi, Y. Urban transportation networks: equilibrium analysis with mathematical programming methods. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. 1984.

[3] Henry X. Liu, Xiaozheng He, Bingsheng He. Method of Successive Weighted Averages (MSWA) and Self-Regulated Averaging Schemes for Solving Stochastic User Equilibrium Problem. Transportation Research Board 86th Annual Meeting, 2007.

ТРАНСПОРТНОЕ РАВНОВЕСИЕ И ПРОЕКТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ

А.П. Мартюшев *(ДВГУ, Владивосток)*

Одной из наиболее острых проблем развития г. Владивостока является бедственное состояние его транспортной инфраструктуры. Ее развитие до современных потребностей требует значительных капитальных затрат, для рационального использования которых целесообразен объективный анализ, в том числе и с использованием средств математического моделирования дорожной ситуации.

В работе [1] была приведена модель, описывающая транспортные потоки г. Владивостока на основе теории потокового равновесия и расчет влияния постройки моста через бухту Золотой Рог на перераспределение потоков. Ее преобразование в стандартную экстремальную задачу приводит к возникновению 6000+ переменных. Поэтому есть настоятельная необходимость в развитии нового алгоритмического аппарата.

В докладе рассмотрена более детальная модель потокового равновесия для УДС г. Владивостока масштаба порядка 10^3 пар источник - назначение и аналогичного количества ребер/узлов. С математической точки зрения задача сводится [2] к вариационному неравенству и для его решения используется проективный алгоритм вида: $x^{k+1} = F_{\prod}\left(x^k - \lambda_k G(x^k)\right)$, где $G(x)$ — стоимостная вектор-функция удельных затрат на перевозки по соответствующим маршрутам, $F_{\prod}(x)$ — оператор проекции на допустимое множество. В этой схеме можно использовать декомпозицию допустимого множества X в виде $X = \cap_{i=1}^{n} X_i$ (см. [3]), что позволяет широко использовать параллельные вычисления и существенно увеличить размерность исследуемой транспортной модели. Используя проективные методы в сочетании с парализацией вычислительных процессов, удалось получить транспортное равновесие и сравнить его со сложившимся состоянием в транспортной системе.

[1] Коннов И.В. Методы решения конечномерных вариационных неравенств: Курс лекций. Казань: Изд-во «ДАС», 1998 г.

[2] Нурминский Е.А., Шамрай Н.Б., Лютаев Д.А. Транспортные проблемы больших городов и некоторые вопросы их математического моделирования на примере г. Владивостока, 2007 г.

[3] Нурминский Е.А. Фейеровские процессы с малыми возмущениями // Доклады АН, т. 422, вып. 5, 2008, С. 601-604.

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ $f(x_1, \ldots, x_m) = 0$

В.В. Мендель *(ДВГГУ, Хабаровск)*

Необходимость решения уравнения

$$f(x_1, \ldots, x_m) = 0 \qquad (*)$$

возникает при моделировании различных фазовых поверхностей, множеств уровня и т.п. При этом, как правило, массовая задача решается приближенными методами. Возникает вопрос об эффективной оценке точности решения. Для случая, когда f - дифференцируемая по всем переменным функция, задающая в $\mathbb{R}^m$ некоторую гиперповерхность F^{m-1}, автор получил неравенство, удовлетворение которому гарантирует, что точка $M(x_1, \ldots, x_m)$ удалена от данной гиперповерхности на расстояние, меньшее произвольного заданного $\varepsilon > 0$. Это можно интерпретировать следующим образом: удовлетворяющая неравенству точка с точностью ε является решением уравнения $(*)$.

Обозначим $n(n_1, \ldots, n_m)$ отнормированный градиент функции f в точке $x = (x_1, \ldots, x_m)$, являющийся в точках поверхности единичным вектором нормали.

Тогда уравнения

$$f(x \pm \varepsilon n) = 0 \qquad (**)$$

задают в пространстве две эквидистанты (внешнюю и внутреннюю) поверхности F^{m-1}. Эти эквидистанты отстоят от поверхности на расстоянии ε. В свою очередь, неравенство

$$f(x + \varepsilon n) \cdot f(x - \varepsilon n) < 0 \qquad (***)$$

определяет в пространстве множество точек, заключенных между этими эквидистантами. Очевидно, что все точки пространства, удовлетворяющие этому неравенству, расположены на расстоянии меньше ε от поверхности. Поэтому координаты этих точек можно считать решениями уравнения $(*)$, вычисленными с точностью ε.

Неравенство $(***)$ применялось на кафедре математики ДВГГУ при выполнении студентами курсовых и выпускных работ. В частности, моделировались линии уровня функции двух переменных и заданные неявно уравнением $f(x, y, z) = 0$ поверхности в трехмерном пространстве.

Для построении линий уровня на прямоугольной области задавалась сетка с шагом ε, и узлы сетки проверялись на удовлетворение неравенству $(***)$. Многочисленные эксперименты показали высокую эффективность метода, особенно при моделировании кривых, состоящих из большого числа компонент связности (в частности, если функция f включала тригонометрические выражения).

О НАХОЖДЕНИИ ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА НЕОДНОРОДНОГО ТЕЛА МЕТОДОМ МУЛЬТИЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ РАДИОГРАФИИ

В.Г. Назаров *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

Рассматривается вопрос определения химического состава неоднородного тела, состоящего из нескольких однородных частей, методом мультиэнергетической радиографии. Внутренняя структура тела считается известной.

На первом этапе решения задачи производится просвечивание тела коллимированным потоком рентгеновских лучей вдоль специально выбранного набора прямых $\widehat{l_1}, ..., \widehat{l_q}$ на заданном множестве значений энергий $E_1 < E_2 < ... < E_N$ и, путем решения возникающей при этом системы линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{j=1}^{q} l_{ij}\mu_{jk} = \ln(h_{ik}/H_{ik}); \quad i = 1, ..., q,$$

находятся значения коэффициентов ослабления μ_{jk} в каждой однородной части G_j тела для каждой заданной энергии E_k.

Затем, при некоторых дополнительных предположениях, находится возможный химический состав этих частей. Проведен анализ влияния измерительных ошибок на качество решения задачи.

Полученные результаты иллюстрируются примерами конкретных расчетов, выполненных с использованием данных для конкретных наборов веществ. Предложенный метод может быть использован в областях неразрушающего контроля изделий, в таможенном контроле и медицине.

[1] Назаров В.Г. Определение химического состава и структуры неоднородной среды методом рентгеновской томографии // ЖВМиМФ. 2007. Т. 47, № 8. С. 1413–1422.

[2] Аниконов Д.С., Ковтанюк А.Е., Кольев Н.В., Кононенко А.А., Назаров В.Г., Прохоров И.В., Яровенко И.П. База данных радиационных характеристик веществ, представляющих интерес в рентгенодиагностике. http://sxray.iam.dvo.ru/

РЕЖИМЫ ДИНАМИКИ МОДЕЛИ ДВУХВОЗРАСТНОЙ ПОПУЛЯЦИИ С ПЛОТНОСТНЫМ ЛИМИТИРОВАНИЕМ РОЖДАЕМОСТИ

Г.П. Неверова *(ИКАРП ДВО РАН, Биробиджан)*

В работе исследуется математическая модель, описывающая динамику численности двухвозрастной популяции с сезонным характером размножения и плотностным лимитированием рождаемости:

$$\begin{cases} x_{n+1} = a(x_n, y_n) \cdot y_n, \\ y_{n+1} = s \cdot x_n + v \cdot y_n, \end{cases} \qquad (1)$$

где x – численность младшего возрастного класса, y – численность старшего возрастного класса, составляющего репродуктивную часть популяции, n – номер периода размножения, s – коэффициент выживаемости молоди, v – коэффициент выживаемости взрослых особей. Функция рождаемости $a(x, y)$ выбрана по аналогии с моделью Рикера в виде $a(x, y) = re^{-\alpha \cdot x - \beta \cdot y}$, где r – репродуктивный потенциал популяции, α – коэффициент, описывающий интенсивность воздействия особей младшего возрастного класса, коэффициент β характеризует интенсивность воздействия особей второго возрастного класса.

Проведено подробное исследование модели. Показано, что возможно единственное нетривиальное стационарное состояние системы. Определена область его устойчивости, проанализирован характер потери устойчивости и сценарии переходов динамических режимов. Обнаружено, что удобным параметром для исследования последовательности наблюдаемых биффуркаций является величина $b = \alpha/(\beta s)$.

Показано, что падение рождаемости с ростом численности молоди ($b \leqslant 3/4$) приводит к увеличению области устойчивости равновесной численности популяции. Потеря устойчивости может произойти только при комплексно-сопряженных корнях характеристического уравнения системы (1), при переходе $\mid \lambda \mid$ через 1. Дальнейший рост ограничения рождаемости численностью молоди ($3/4 < b < 1$) приводит к сужению области устойчивости. При этом появляется зона значений параметров v и r, s, переход в которую сопровождается потерей устойчивости равновесия и появлением 2-цикла. При $b \geqslant 1$ с ростом параметра b область устойчивости существенно уменьшается и потеря устойчивости может произойти только при переходе одного из собственных чисел через -1.

Исследования проведены при частичной финансовой поддержке ДВО РАН (конкурсные проекты № 09-II-CO-06-006, № 09-I-P15-01) и РФФИ (проект № 09-04-00146).

ПРИМЕНЕНИЕ РАНГОВЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СТРУКТУРЫ ПОПУЛЯЦИЙ ЛОСОСЕВЫХ РЫБ

Е.Ю. Никитина *(ДВГУ, Владивосток)*, ***Чэнь Бэй*** *(АЭМББТ ДВГУ, КНР)*

Ранговые распределения в биологии традиционно используются как инструмент биоиндикации состояния экосистем. Модели ранговых распределений представляются в этом случае как модели зависимости численности вида в сообществе от его ранга в ранжированном по убыванию численностей ряду. Непосредственным объектом анализа при этом может быть форма кривой рангового распределения или при неизменной общей форме - количественные значения его параметров.

При проведении настоящего исследования структура популяции рассматривалась с точки зрения наличия инверсий пола у кеты и симы. Инверсия пола имеет место, когда фактические половые признаки не соответствуют генетической программе и характерна для лососевых рыб [1].

Следуя идеям и подходам, изложенным в [2], для построения рангового распределения были выбраны две характеристики - масса и длина особи. Получаемая характерная кривая является двухпараметрической и может быть записана в элементарных функциях [3]. Специфической особенностью этих распределений является также обязательное наличие точки перегиба теоретической кривой, как правило, соответствующей характеристикам инвертированной особи, что свидетельствует о существовании ряда приводящих к изменениям пола факторов, подлежащих дальнейшему уточнению.

Были проанализированы представленные данные по длине и массе кеты и симы с точки зрения структуры популяции (наличие инвертированных самок и самцов) и выявлено поведение ранговых распределений длины и массы описываемое законом Ципфа. Оказалось, что данные измерений, относящиеся к инвертированным особям располагаются в сегментах кривых, соответствующих малым и большим рангам, что дает возможность рассматривать упрощенную теоретическую зависимость (предельный случай для закона Ципфа).

В проведенном исследовании нашла подтверждение гипотеза о том, что распределение по Ципфу может описывать явления социального и биологического характера [4].

Данное исследование поддержано грантом НШ 2810.2008.1.

[1] Институт биологии моря им. А.В.Жирмунского ДВО РАН Важнейшие результаты научных исследований Института биологии моря ДВО РАН за 2005 г. E-print (2005). http://www.imb.dvo.ru/invest/r_060206.htm (30 апреля 2009).

[2] Маслов В.П. Квантовая экономика -2-е изд., доп.-М.: Наука, 2006. - 92 с.

[3] Гузев М.А., Морозов Н.А., Никитина Е.Ю. Применение метода квантовой статистики в криминологии // Сборник тезисов докладов XXXII Дальневосточной математической школы-семинара имени академика Е.В. Золотова. Вл-к: Дальнаука, 2007. С. 62-63.

[4] Clauset A., Shalizi C.R. and Newman M.E.J. Power-law distributions in empirical data. E-print (2007). http://arxiv.org/abs/0706.1062v1 (28 ноября 2008).

МОДЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ БИОПРОДУКТИВНОСТИ МОРСКОГО РАЙОНА

С.Я. Пак *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

Биопродуктивность водоема связана с продуктивностью фитопланктона. Последняя зависит от условий благоприятствования внешней среды и наличия элементов питания (биогенов) в воде. В работе проводится сравнительный анализ моделей, основанных на:

- зависимости Моно скорости роста микроорганизмов от концентрации субстрата;

- концепции “клеточной квоты”.

Балансовые соотношения первой модели зависимости скоростей роста удельной биомассы y_j фитопланктона группы j в зависимости от концентраций x_i субстрата типа i имеют вид:

$$\dot{x}_i = \sum_{j=1}^{N} m_j(y)y_j - \sum_{j=1}^{N} \mu_{ij}(x,y)f_j(\theta,y_j)y_j,$$

$$\dot{y}_j = \mu_j(x,y)f_j(\theta,y_j)y_j - m_j(y)y_j.$$

Вторая модель “клеточной квоты” связывает динамику концентраций биогенов с динамикой удельной биомассы фитопланктона через внутриклеточное содержание субстрата в фитопланктоне. Принципиальное отличие первой модели от второй состоит в том, что в первом случае скорость прямой и обратной ферментативной реакции считается 1)постоянной; 2) зависящей от концентрации субстрата в среде (зависимость Моно); и 3) ограниченной наименее производительным субстратом (принцип Либиха). Во второй модели эти процессы разделены. Учтена зависимость функционирования фитопланктона от температуры среды обитания. Исследуется общая динамика системы и степень применимости каждой модели к природным объектам. Численный эксперимент построен на данных о заливе Анива в Охотском море.

Работа поддержана ДВО РАН, проект 09-I-П2-02 по программе фундаментальных исследований Президиума РАН.

[1] Фурсова П.В., Левич А.П. Математическое моделирование в экологии сообществ. Обзор литературы. Проблемы окружающей среды (обзорная информация ВИНИТИ). № 9, 2002.

[2] Силкин В.А., Хайлов К.М. Биоэкологические механизмы управления в аквакультуре. Л.: Наука. 1988. - 230 с.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ГЕНЕТИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

В.В. Пересветов *(ВЦ ДВО РАН, Хабаровск)*

В докладе рассматриваются генетические алгоритмы решения коэффициентной обратной задачи электромагнитного зондирования в слоистых средах с двумерно-неоднородными включениями.

Поставленная задача разбивается на две: нахождение параметров плоскослоистой среды и поиск двумерно-неоднородных включений в заданном слоистом окружении. Обратные задачи электромагнитного зондирования формулируются как поиск глобального минимума функции невязки. Для их решения применяются генетические алгоритмы, позволяющие находить глобальные экстремумы многоэкстремальных негладких функций. Обсуждаются способы повышения скорости сходимости рассматриваемых алгоритмов.

Генетические алгоритмы имеют высокий потенциал распараллеливания. Поэтому большие вычислительные затраты при их реализации могут быть скомпенсированы разработкой и настройкой специальных параллельных вариантов алгоритмов высокой масштабируемости.

Реализованы классические и параллельные варианты генетических алгоритмов решения рассматриваемых задач. Представлены результаты численных экспериментов.

НЕРАВНОВЕСНЫЕ ДЕФОРМАЦИИ НЕСВЯЗНОГО ДНА ПОТОКА

И.И. Потапов *(ВЦ ДВО РАН, Хабаровск)*

Формулируется математическая постановка задачи для двухфазной смеси жидкости и твердых частиц в придонном неравновесном активном слое, получена общая формула удельного неравновесного массового расхода наносов. Определены ограничения, накладываемые на реологическую модель смеси, при которых можно пренебречь эффектами неравновесного движения частиц в активном слое смеси.

В рамках предложенной реологической модели получены уравнения русловых деформаций для несвязного дна имеющие вид

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial C_1 \xi \zeta}{\partial x}\right) - \frac{\partial \xi C_0}{\partial x},$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + u_* \frac{\partial \xi}{\partial x} = W(1-\xi),$$

где

$$G_0 = \frac{4}{3}\frac{m\tau^{1.5}}{(1-\epsilon)(\rho_s-\rho_w)g\operatorname{tg}\varphi\sqrt{\rho_w}\kappa},$$

$$C_0 = G_0(1-\sqrt{\chi}), \qquad C_1 = G_0 \operatorname{ctg}\varphi(1-0.5\sqrt{\chi}), \qquad u_* = \sqrt{\frac{\tau_*}{\rho_w \kappa^2}},$$

$$m = (1: \ \chi < 1, \quad 0: \ \chi \geq 1), \qquad \chi = \frac{\tau_*}{\tau}, \qquad \tau_* = \frac{3}{8}\frac{d(\rho_s-\rho_w)g\operatorname{tg}\varphi\kappa^2}{c_x}.$$

где ζ – отметка дна канала, ξ - коэффициент неравновесности руслового процесса ρ_w, ρ_s – плотность жидкости и частиц песка, ε – коэффициент пористости песчаного дна, κ – постоянная Кармана, φ – угол внутреннего трения песка, g – ускорение свободного падения,τ - касательное напряжение на поверхности дна, d, c_x – диаметр частиц и коэффициент их лобового сопротивления, W – гидравлическая крупность частиц.

Результаты расчетов выполненных по полученным неравновесным уравнениям русловых деформаций для несвязного дна, хорошо согласуются с известными экспериментальными данными.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 09-01-99035 р-офи).

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА АМПЛИТУДНО-МОДУЛИРОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

И.В. Прохоров *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

Широкое множество физических процессов описываются интегродифференциальными уравнениями переноса с периодической зависимостью по времени. Например, распространение гармонических звуковых волн в случайно-неоднородной среде [1,2], перенос модулированного по интенсивности лазерного излучения в достаточно широком диапазоне частот модуляции [3] и т.д.. Кроме того, уравнения такого типа возникают при решении нестационарных уравнений переноса с помощью различных интегральных преобразований.

В работе исследован класс решений нестационарного уравнения переноса излучения с гармонической зависимостью по времени. В данном классе доказана разрешимость краевой задачи с обобщенными условиями сопряжения на границе раздела сред.

Отличительной особенностью решений уравнения переноса модулированного излучения является то, что для них несправедлива теорема сравнения и как следствие принцип максимума [4] для вещественной и мнимой частей решения уравнения переноса. Однако в предположении, что в каждой точки среды нормы альбедо однократного рассеяния и оператора сопряжения меньше единицы, удается получить оценки для модуля комплекснозначного решения, аналогичные стационарному случаю [5].

[1] Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно - неоднородных средах. М.: Мир, 1981.

[2] Кейз К., Цвайфель П. Линейная теория переноса. М.: Мир, 1972.

[3] Тучин В.В. Исследование биотканей методами светорассеяния. // Успехи физических наук. 1997. Т. 167. №5. С. 517–539.

[4] Гермогенова Т.А. Локальные свойства решений уравнения переноса. М. :Наука. 1986.

[5] Прохоров И.В. О разрешимости краевой задачи для уравнения переноса излучения с обобщенными условиями сопряжения на границе раздела сред. // Известия РАН. Серия математическая. 2003. Т. 67. №6. С. 169–192.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ДОЛИ ИЗЪЯТИЯ В ТРЕХКОМПОНЕНТНОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ЧИСЛЕННОСТИ ПОПУЛЯЦИИ

О.Л. Ревуцкая *(ИКАРП ДВО РАН, Биробиджан)*

Рассматривается динамика численности эксплуатируемой популяции, которая может быть представлена совокупностью трех групп: младшей, включающей неполовозрелых особей, и двух старших, состоящих из самок и самцов, участвующих в размножении.

Обозначим n - номер сезона размножения; p - численность особей в младшем возрастном классе; f, m - численности половозрелых самок и самцов. Предполагается, что рождаемость зависит от соотношения численностей самцов и самок; выживаемости неполовозрелых самок и самцов линейно зависят от численности младшего возрастного класса; количество рожденных самок и самцов равно.

Предлагаемая модель может быть записана системой трех рекуррентных уравнений

$$\begin{cases} p_{n+1} & = & a \cdot f_n \cdot \dfrac{m_n \cdot (1-u)}{h \cdot f_n + m_n \cdot (1-u)} \\ f_{n+1} & = & 0,5 \cdot (1 - \beta_1 \cdot p_n) \cdot p_n + s \cdot f_n \\ m_{n+1} & = & 0,5 \cdot (1 - \beta_2 \cdot p_n) \cdot p_n + v \cdot m_n \cdot (1-u) \end{cases},$$

где a - произведение максимально возможного числа потомков, приходящихся на одну оплодотворенную самку, и доли рожающих самок от общего числа оплодотворенных; h - это такое соотношение самцов и самок в популяции, при котором оплодотворенными оказываются ровно половина самок; s и v - выживаемости половозрелых самок и самцов, соответственно; β_1, β_2 - коэффициенты, описывающие интенсивность внутрипопуляционной конкуренции; u - доля изъятия половозрелых самцов.

Решается задача оптимизации промысла половозрелых самцов, заключающаяся в определении оптимальной доли изъятия и равновесных значений численности популяции, которые бы обеспечили максимально возможный стабильный промысел. Анализируются результаты численных экспериментов зависимости оптимальной доли изъятия и равновесных численностей от параметров модели. Показано, что увеличение коэффициента a, характеризующего интенсивность рождаемости, и коэффициента выживаемости самок (s), а также уменьшение величины h, характеризующей зависимость рождаемости от соотношения полов, приводят к увеличению оптимальной доли изъятия.

Исследования проведены при частичной финансовой поддержке ДВО РАН (конкурсные проекты 09-I-P15-01, 09-I-ОБН-12, 09-II-СО-06-006) и РФФИ (проект 09-04-00146).

О ПОСТРОЕНИИ НЕКОНФОРМНОГО МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ГИДРОДИНАМИКИ С КРИВОЛИНЕЙНЫМ ИНТЕРФЕЙСОМ

А.В. Рукавишников *(ХО ИПМ ДВО РАН, Хабаровск)*

В работе рассмотрена двумерная задача, полученная в результате дискретизации по времени задачи течения двухфазной жидкости без перемешивания, в формулировке несжимаемых уравнений Навье-Стокса с изменяющимся во времени криволинейным интерфейсом (см. [1]) . Интерфейсом Г называем свободную поверхность между фазами жидкости различной плотности и вязкости. В связи с разрывностью коэффициентов в [1] предложено: 1) разбить исходную область Ω на подобласти Ω_i так, чтобы на каждой из них коэффициенты были постоянны; 2) определить вариационную постановку задачи отдельно на подобластях, а согласование решения на линии раздела фаз провести с помощью условий слабой непрерывности. Поскольку интерфейс Г между подобластями Ω_i представляет собой кривую, то произведено разбиение Ω_{ih} каждой Ω_i на треугольники так, чтобы Г был проинтерполирован кусочно-линейным образом. Приближенная вариационная постановка задачи определена на каждой Ω_{ih} в сочетании с мортарными склейками решения [2] на Г. Ранее такой способ рассматривался в [3], [4] для эллиптических задач. Для задач седлового типа различными способами был исследован случай прямолинейного интерфейса [5]. Построению численного метода решения задачи Стокса с разрывным коэффициентом вязкости была посвящена работа [6].

Основным результатом работы является получение оценок скорости сходимости приближенного решения к точному решению задачи в специальных нормах. При этом анализ задачи проведен в два этапа. На первом этапе определена и исследована другая (вторая) приближенная вариационная постановка исходной задачи с помощью метода blending элементов, в которой криволинейный интерфейс учитывается точно. На втором этапе первую постановку интерпретируем как некое приближение для второй, и, с учетом первого этапа, получаем необходимые оценки скорости сходимости.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (код проекта 07-01-00210-а).

[1] Рукавишников А.В. Обобщенная постановка задачи течения двухфазной жидкости с непрерывно изменяющимся интерфейсом// Матем. моделирование. 2008. Т. 20. № 3. С. 3-8.

[2] Bernardi C., Maday Y., Patera A. New nonconforming approach to domain

decomposition: the mortar element method// In: Nonlinear Partial Differential Equations and their Applications. Paris: Pitman,1989. P. 13-51.

[3] Flemisch B., Melenk J.M., Wohlmuth B. Mortar methods with curved interfaces//Appl. Numer. Math. 2005. V. 54. P. 339-361.

[4] Huang J., Zou J. A mortar element method for elliptic problems with discontinuous coefficients//IMA Jour. of Numer. Anal. 2002. V.22. P. 549-576.

[5] Рукавишников А.В., Рукавишников В.А. Неконформный метод конечных элементов для задачи Стокса с разрывным коэффициентом// Сиб. журн. индустр. матем. 2007. Т. 10. № 4, С. 104-117.

[6] Рукавишников А.В. О построении численного метода решения задачи Стокса с разрывным коэффициентом вязкости// Вычислительные технологии. 2009. Т. 14. № 2.

МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА ДЛЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ С СИЛЬНОЙ СИНГУЛЯРНОСТЬЮ

В.А. Рукавишников *(ВЦ ДВО РАН, Хабаровск)*

Публикации зарубежных авторов по разработке численных методов для решения прикладных задач с сильной сингулярностью появились в научных журналах в начале этого века, и в настоящее время ежегодное число статей по этой тематике растет по геометрической прогрессии.

Первая статья [1] по этому направлению была опубликована в 1986 году. За последние двадцать лет нашей группой в Хабаровске на основе введения R_ν-обобщенного решения была создана теория краевых задач с сильной сингулярностью, то есть тех задач, у которых интеграл Дирихле от решения расходится.

В этом сообщении будут кратко изложены результаты по численным методам и исследованию дифференциальных свойств R_ν-обобщенного решения [2-4]. Более подробную библиографию наших ранних работ по этой проблематике можно найти в [5].

[1] Рукавишников В.А. О весовых оценках скорости сходимости разностных схем // Доклады АН СССР, 1986. Т. 288. С. 1058-1060.

[2] V.A. Rukavishnikov, H.I. Rukavishnikova. The Finite Element Method For Boundary Value Problem With Strong Singularity // J. of Comp. and Appl. Math., 2009. T. 233. 16 p.

[3] Rukavishnikov V.A., Kuznetsova E.V. Scheme of a finite element method for a boundary value problems with non-coordinated degeneration of input data // Numerical Analysis and Applications, 2009. T. 2. PP. 313-324.

[4] Рукавишников В.А., Кузнецова Е.В. О принадлежности R_ν-обобщенного решения краевой задачи с сингулярностью пространству $W^{k+2}_{2,\nu+\beta/2+k+1}(\Omega,\delta)$ // Дифференциальные уравнения, 2009. Т. 45. С. 894-898.

[5] V.A. Rukavishnikov. The method of numerical analysis for boundary value problem with strong singularity // Russ. J. of Numer. Anal. and Math. Model., 2009 (to appear). 21 p.

МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА С СИНГУЛЯРНОСТЬЮ

В.А. Рукавишников, А.О. Мосолапов *(ВЦ ДВО РАН, Хабаровск)*

При проектировании высокочастотных устройств в современной электротехнике возникает необходимость решать систему уравнений Максвелла с сингулярностью, вызванной наличием в расчетной области тупых углов, больших π. Имеющиеся способы борьбы с сингулярностью оказываются неэффективными, что привело к разработке новых методов, базирующихся на декомпозиции решения на регулярную и сингулярную части [1,2].

Альтернативой такому методу является применение векторного метода конечных элементов [3-4], который позволяет находить сингулярное решение при достаточном измельчении сетки вблизи точки сингулярности [1]. Это приводит к резкому возрастанию объема вычислений. В связи с этим возникает необходимость разработки новых эффективных численных методов решения подобных задач. Основой для их построения является понятие R_ν-обобщенного решения соответствующей краевой задачи, рассматриваемой в специальном весовом пространстве, а численная реализация возможна с применением весового векторного метода конечных элементов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (код проекта 07-01-00210) и Президиума ДВО РАН (грант № 09-II-C0-01-001).

[1] Christophe Hazard, Stephanie Lohrengel. A singular field method for Maxwell equations: numerical aspects for 2D magnitostatics // SIAM J. Numer. Anal. vol. 40, No 3, pp. 1021-1040 (2002).

[2] F. Assous, P. Ciarlet, Jr., J. Segré. Numerical Solution to the Time-Dependent Maxwell Equations in Two-Dimensional Singular Domain: The Singular Complement Method // Journal of Computational Physics 161, pp. 218-249 (2000).

[3] J.C. Nedelec. Mixed finite elements in R^3 // Numer. Math. 35 (1980), pp. 315-341.

[4] J.C. Nédélec. A new family of mixed finite elements in R^3 // Numer. Math. 35. (1986), pp. 57-81.

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ДЛЯ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ В НЕОДНОРОДНОЙ НЕВЫПУКЛОЙ ОБЛАСТИ

В.А. Рукавишников, С.Г. Николаев *(ВЦ ДВО РАН, Хабаровск)*

В двумерной невыпуклой области рассматривается задача теории упругости с особенностями, вызванными наличием тупых углов на границе области и линии раздела подобластей, и разрывом коэффициентов уравнения (параметров Ламе).

Предлагаемый метод основан на введении в базис конечноэлементного пространства, а также в обобщенную постановку задачи, специальной весовой функции. Это позволяет проводить численный анализ, прежде всего в тех случаях, когда традиционный МКЭ неприменим (решение не принадлежит H^1). В работе [1], например, этот подход был использован при построении схемы метода конечных элементов для краевых задач с несогласованным вырождением исходных данных.

Для решения поставленной задачи осуществляется декомпозиция исходной области на подобласти с линией раздела (интерфейсом), проходящей по границе разрыва коэффициентов. Далее, проводится квазиравномерная триангуляция подобластей без наложения требования стыковки узлов на интерфейсе. Для склейки решений применяется метод мортарных конечных элементов. Используется разновидность метода, основанная на введении множителя Лагранжа, приводящая к СЛАУ, основная матрица которой имеет седловую форму (см. [2]). Для решения системы применяется обобщенный метод минимальной невязки (GMRES), хорошо поддающийся распараллеливанию [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 07-01-00210), Президиума ДВО РАН (грант є 09-II-C0-01-001) и Фонда содействия отечественной науке.

[1] Рукавишников В.А., Кузнецова Е.В. Схема метода конечных элементов для краевой задачи с несогласованным вырождением исходных данных // Сибирский журнал вычислительной математики. 2009. Т.12, № 3. С. 313-324.

[2] Ben Belgacem F. The Mortar finite element method with Lagrange multipliers // Numer. Math. 1999. Vol. 84. PP. 115-137.

[3] Saad Y. Iterative methods for sparse linear systems. New Jersey: PWS, 1996.

МОДЕЛЬ КОНКУРЕНЦИИ ФИТОПЛАНКТОНА ЗА ПИТАНИЕ

А.С. Симонов, А.И. Абакумов *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

В работе рассмотрена модель взаимодействия фитопланктона и потребляемых им минеральных веществ:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = \sum\limits_{j=1}^{n} m_j p_{ij} y_j - \sum\limits_{j=1}^{n} \mu_{ij}(p,x) y_j \\ \dot{y}_j = \mu_j(p,x) y_j - m_j y_j \\ \dot{p}_{ij} = \mu_{ij}(p,x) - \mu_j(p,x) p_{ij}, \end{cases} \tag{1}$$

где x_i - концентрация i-го биогенного вещества, участвующего в приросте биомассы фитопланктона, $i = \overline{1,m}$, m - число биогенных соединений. Известно, что питательные вещества для фитопланктона имеют в основе 4 химических элемента: углерод (C), кремний (Si), азот (N), фосфор (P). Вещества на основе этих элементов называются биогенами.

Фитопланктон разделен на группы видов, y_j - концентрация j-ой группы, $j=\overline{1,n}$, где n - число групп. Через μ_{ij} обозначена скорость потребления i-го субстрата организмом j-ой группы на единицу биомассы. m_j - скорость элиминации фитопланктонных организмов j-ой группы. Доля биогенного вещества i в удельной биомассе j-ой группы фитопланктона обозначена p_{ij}, при этом $\sum\limits_{i=1}^{m} p_{ij}=1$. Скорости потребления выбраны в виде: $\mu_j(p,x)=\sum\limits_{i=1}^{m}\mu_{ij}(p,x)$, $\mu_{ij}(p,x)=\mu_{ij}^0\frac{s_i x_i}{p_{ij}(k_i+x_i)}$, где μ_{ij}^0 - максимальная скорость потребления i-го биогена j-ой группой фитопланктона, s_i - стехиометрические коэффициенты. Эти коэффициенты неотрицательны и сумма их $=1$. Отношение $s_1:s_2:s_3:s_4=106:23:16:1$ постулирует известное соотношение веществ в клетке на основе C, Si, N, P соответственно.

Исследуются свойства решений в модели (1) с учетом зависимости процессов от температуры среды обитания, в докладе приведены примеры расчетов и их анализ.

Работа поддержана ДВО РАН, проект 09-I-П2-02 по программе фундаментальных исследований Президиума РАН.

ЗАДАЧА ВОССТАНОВЛЕНИЯ МЛАДШЕГО КОЭФФИЦИЕНТА ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ СТАЦИОНАРНОЙ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗАГРЯЗНЕНИЙ

Ю.А. Сиягина *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

В работе исследуется задача восстановления младшего коэффициента, входящего в уравнение для стационарной модели, описывающей распространение загрязнений в вязкой жидкости. Соответствующая краевая задача имеет вид

$$-\lambda\varphi+\mathbf{u}\cdot\nabla\varphi+k\varphi=f, \qquad (1)$$

$$\varphi|_{\Gamma_D}=\psi, \quad \lambda(\partial\varphi/\partial n+\alpha\varphi)|_{\Gamma_N}=\chi. \qquad (2)$$

Здесь φ – неизвестная функция концентрации загрязняющего вещества, $\lambda=$const>0 – коэффициент диффузии, $\mathbf{u}$ – заданный вектор скорости вещества, k – величина, характеризующая скорость распада загрязняющего вещества за счет химических реакций, f – плотность объемных источников примеси, $\alpha,\ \psi,\ \chi$ – некоторые функции, $\Gamma_D,\ \Gamma_N$ – открытые участки границы Γ ограниченной области Ω.

В работе формулируется обратная задача, в которой неизвестной помимо концентрации φ является функция k. В качестве дополнительной информации о решении используются значения φ_d функции φ в некоторой подобласти Q области Ω. Вводится регуляризирующий функционал J по формуле $J(\varphi, k) = (\mu_0/2)||\varphi - \varphi_d||_{L^2(Q)} + (\mu_1/2)||k||^2_{\Gamma_N}$ и формулируется следующая экстремальная задача:

$$J(\varphi, k) \to inf, \qquad F(\varphi, k) = 0, \qquad (\varphi, k) \in H^1(\Omega) \times K. \tag{3}$$

Здесь $\varphi_d \in L^2(Q)$ – заданная в подобласти $Q \subset \Omega$ функция, $\mu_0,\ \mu_1$ – неотрицательные константы, $F = (F_1, F_2):\ H^1(\Omega) \times K \to Y = \mathcal{T} \times H^{1/2}(\Gamma_D)$ – оператор, описывающий слабую формулировку задачи (1), (2) (см. [1]). Доказывается локальная разрешимость сформулированной экстремальной задачи, устанавливаются достаточные условия существования ее решения, разрабатывается численный алгоритм ее решения и обсуждаются результаты вычислительных экспериментов.

[1] Алексеев Г.В., Терешко Д.А. Анализ и оптимизация в гидродинамике вязкой жидкости. //Владивосток: Дальнаука. 2008. 280 с.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ОБРАТНЫХ КОЭФФИЦИЕНТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ СТАЦИОНАРНОГО УРАВНЕНИЯ КОНВЕКЦИИ–ДИФФУЗИИ

О.В. Соболева *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

Применение метода математического моделирования для исследования задачи защиты окружающей среды от антропогенных загрязнений приводит к необходимости изучения математических моделей, описывающих распространение и трансформацию загрязняющих веществ в исследуемой области. Указанные модели содержат ряд гидродинамических параметров, а также функций рассматриваемой модели, которые неизвестны и их требуется определить наряду с решением.

Пусть Ω – ограниченная область из пространства $\mathbb{R}^2$ с липшицевой границей Γ, состоящей из двух частей Γ_D и Γ_N. Рассмотрим в этой области следующую краевую задачу:

$$-\Delta C + \mathbf{u} \cdot \mathrm{grad} C = f,\ C|_{\Gamma_D} = \psi,\ \partial C/\partial n + \alpha C|_{\Gamma_N} = \chi. \tag{1}$$

Здесь C – концентрация примеси, $\mathbf{u} = (u, v)$ – скорость, f – плотность распределеных источников, α, ψ, χ – некоторые функции.

В работе рассматривается задача, заключающаяся в нахождении неизвестного параметра α по дополнительной информации о состоянии среды в некоторой подобласти $Q \subset \Omega$. На основе метода статьи [1] исследуется ее разрешимость, выводятся системы оптимальности, описывающие необходимые условия экстремума. Численный алгоритм решения задачи (1) основывается на дискретизации ее методом сеток с использованием свободно распространяемого пакета программ Scilab-4.1.2 и на дискретизации ее методом конечных элементов с использованием свободно распространяемого пакета программ FreeFem++. Для решения экстремальной задачи используется метод Ньютона. В заключении проводится сравнение результатов численных экспериментов, полученных с помощью указанных пакетов.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ (проект НШ-2810.2008.1), гранта РФФИ – “Дальний Восток” (проект № 09-01-98518-р-восток-а) грантов ДВО РАН (проекты 09-I-П29-01, 09-I-ОМН-03, 09-II-СУ03-003 и 09-III-А-03-07).

[1] Алексеев Г.В., Соболева О.В., Терешко Д.А. Задачи идентификации для стационарной модели массопереноса // Прикл. мех. техн. физ. 2008. Т. 49. N 4. с. 24–35.

МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕЗОМАСШТАБНОГО ВИХРЯ

П.Б. Суляндзига *(ВЦ ДВО РАН, Хабаровск)*, **С.О. Романский** *(ДВГУПС, Хабаровск)*

В атмосфере часто возникают мезомасштабные вихри, у которых ось вращения приблизительно вертикальна. Эти вихри называются по-разному в зависимости от их размеров и интенсивности. Диаметр наименьшего из вихрей несколько метров, диаметр наибольшего порядка 1 км. Рассмотрим математическую формулировку задачи о возникновении и формирования вихря. В результате осесимметричности движения вихря и преобладания вертикального размера вихря над горизонтальным запишем следующую систему уравнений в цилиндрической системе координат (r, z) с безразмерными величинами [1]:

$$w_t + uw_r + ww_z = -\pi_z + \theta + (rw_r)_r r^{-1} + \epsilon w_{rr},$$

$$v_t + uv_r + wv_z = -(uv)r^{-1} + ((rv)_r r^{-1})_r + \epsilon v_{rr},$$

$$\theta_t + u\theta_r + w\theta_z = -Sw + (r\theta_r)_r r^{-1} + \epsilon\theta_{rr},$$

$$v^2 r^{-1} = -k\pi_r, (ur)_r + (wr)_r = 0,$$

$$\pi = Tc_p\theta_0 A^{-1}\theta^{-1},$$

$$S(z) = \begin{cases} -1 & , 0 \le z \le 1, \\ \beta & , z > 1 \end{cases}$$

где $\lambda, \beta, A, R, c_p, \theta_0$ - константы, взяты из [2]. Неизвестными в системе являются: $\vec{P}(r, z, t) = (u, v, w)$ - соответственно радиальная, тангенциальная и вертикальная составляющие скорости ветра; $\pi(r, z, t)$ - величина, заменяющая давление, $\theta(r, z, t)$ - отклонение потенциальной температуры. Решение задачи с краевыми и начальными условиями, как в [2], будем искать на цилиндре $\Omega = (0 \le r \le R, 0 \le z \le H)$. Величины R, H выбираются из таких соображений, чтобы не запирать решение. Для численного решения задачи воспользуемся методом дробных шагов при неявной схеме [3].

[1] Гутман Л.Н. Теоретическая модель смерча // Известия АН СССР, сер. геофиз. 1957. №1.

[2] Гутман Л.Н. Введение в нелинейную теорию мезометеорологических процессов. Л.: Гидрометеоиздат, 1969. 289с.

[3] Катков В.Л. О решении задач мезометеорологии численными методами // Метеорология и гидрология. 1965. №7. С. 32-37.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ НЕСТАЦИОНАРНОЙ МОДЕЛИ ТЕПЛОВОЙ КОНВЕКЦИИ

Д.А. Терешко *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

Одна из важнейших задач прикладной гидродинамики связана с проблемой создания течений требуемой конфигурации за счет выбора значений вектора скорости или температуры на участках границы области [1]. Сложность используемых математических моделей гидродинамики и тепловой конвекции приводит к значительным трудностям при численном решении задач управления для данных моделей.

Данная работа посвящена численному исследованию экстремальных задач для нестационарной модели тепловой конвекции в приближении Обербека-Буссинеска. Процесс распространения тепла в ограниченной области Ω с границей Γ на интервале времени $t \in (0, t_{max})$ описывается следующей начально-краевой задачей:

$$\mathbf{u}_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} - \nu\Delta\mathbf{u} + \nabla p = -\beta T\mathbf{G}, \;\; \operatorname{div}\mathbf{u} = 0 \text{ в } Q, \;\; \mathbf{u} = \mathbf{g} \text{ на } \Sigma,$$

$$T_t + \mathbf{u} \cdot \nabla T - \lambda\Delta T = f \text{ в } Q, \;\; T = \psi \text{ на } \Sigma_D, \;\; \lambda\partial T/\partial n = \chi \text{ на } \Sigma_N,$$

$$\mathbf{u}|_{t=0} = \mathbf{u}_0 \text{ в } \Omega, \;\; T|_{t=0} = T_0 \text{ в } \Omega.$$

Здесь $\mathbf{u}$, p и T – вектор скорости, давление и температура жидкости, $Q = \Omega \times (0, t_{max})$, $\Sigma = \Gamma \times (0, t_{max})$, $\Sigma_D = \Gamma_D \times (0, t_{max})$, $\Sigma_N = \Gamma_N \times (0, t_{max})$, где Γ_D и Γ_N – открытые участки границы Γ, удовлетворяющие условиям $\Gamma = \overline{\Gamma}_D \cup \overline{\Gamma}_N$, $\Gamma_D \cap \Gamma_N = \emptyset$.

Основное внимание уделяется задаче коррекции течения жидкости при помощи температурных воздействий. Она сводится к задаче минимизации зависящих от вектора скорости функционалов качества на решениях исходной начально-краевой задачи. При проведении вычислительных экспериментов исследуется эффективность воздействия температурных управлений на течения жидкости, а также влияние числа Рейнольдса, параметра регуляризации и других величин на точность решения рассматриваемой задачи управления.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ (проект НШ-2810.2008.1), гранта РФФИ-“Дальний Восток” (проект 09-01-98518-р-восток-а) и грантов ДВО РАН (проекты 09-I-П29-01, 09-I-ОМН-03, 09-II-СУ03-003 и 09-III-А-03-07).

[1] Алексеев Г.В., Терешко Д.А. Анализ и оптимизация в гидродинамике вязкой жидкости. Владивосток: Дальнаука, 2008.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ КОНКУРЕНЦИИ РАЗНОВОЗРАСТНЫХ СПЕЦИАЛИСТОВ НА РЕГИОНАЛЬНОМ РЫНКЕ ТРУДА

М.Ю. Хавинсон *(ИКАРП ДВО РАН, Биробиджан)*

Разнообразные социально-экономические взаимодействия между специалистами регионального рынка труда могут провоцировать флуктуации численности занятых различных возрастных групп, и при сохранении стабильной занятости возможна ситуация с высокой безработицей лиц определенного возраста, старение (увеличение среднего возраста) занятых. Способствовать решению обозначенных проблем может математическое моделирование.

С помощью модифицированных уравнений Лотке-Вольтерра для трех возрастных групп составлена математическая модель, в которой процессы конкуренции разновозрастных специалистов рассмотрены по принципу парных взаимодействий:

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = b_0 - (K_0 + \alpha_0 x_1 + \alpha_1 x_2)x_0 \\ \dot{x}_1 = b_1 - (K_1 + \beta_0 x_0 + \beta_1 x_2)x_1 \\ \dot{x}_2 = b_2 - (K_2 + \gamma_0 x_0 + \gamma_1 x_1)x_2, \end{cases}$$

где x_i – численность занятых в когорте, b_i – ежегодный приток занятых в когорту, K_i – коэффициент убыли занятых без взаимодействий с другими когортами, α_i, β_i, γ_i – коэффициенты влияния других когорт, i – условный номер когорты.

Численными методами, реализованными в пакете MathCad, выявлены 4 возможных нетривиальных сценария динамики численности разновозрастных занятых, отличающиеся степенью конкуренции. В случае незначительной и слабой конкуренции между занятыми разных возрастов наблюдаются затухающие колебания численности, при средней и сильной конкуренции на фазовых плоскостях появляются замкнутые предельные кривые, т.е. флуктуации численности занятых приобретают вид циклов.

Полученная модель применена для моделирования конкуренции занятых 16-19, 20-24 и 25-29 лет в Еврейской автономной области (ЕАО). Выявлено наличие слабовыраженной конкуренции, которая может быть объяснена лидирующим положением молодых специалистов 25-29 лет относительно, в основном, обучающихся и лишь частично занятых младше 25 лет.

Работа выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ и ЕАО 08-01-98505 р_восток_а, РГНФ 09-02-88202а/Т.

ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ НОВИКОВА О МОМЕНТАХ ДОСТИЖЕНИЯ ДЛЯ АВТОРЕГРЕССИОННОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Г.Ш. Цициашвили, М.А. Осипова *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

В статье рассматривается модель Лапласа, описываемая авторегрессионной случайной проследовательностью

$$X_k = RX_{k-1} + \eta_k,\ X_0 = 0,\ \tau = \inf(k:\ X_k \geq X),$$

с независимыми случайными величинами η_k, имеющими распределение

$$P(\eta_k > t) = \frac{\exp(-\lambda t)}{2},\ t > 0,\ P(\eta_k \leq t) = \frac{\exp(\lambda t)}{2},\ t \leq 0.$$

Нашей задачей является вычисление распределения момента достижения τ. Задача была поставлена А.А. Новиковым и возникла в теории риска и в теории надежности. М. Джекобсон (M. Jacobson) и В.В. Мазалов при $R < 1$ нашли приближенные решение задачи с помощью мартингальной техники. В настоящей работе выведены рекуррентные интегральные соотношения, которые позволяют представить решение не приближенно, а точно через суммы экспонент. Это решение иллюстрируется компьютерными вычислениями. Предложенное решение может быть распространено на случай произвольных R и X, зависящих от k.

НЕКОТОРЫЕ ПОДХОДЫ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ КЛАСТЕРИЗАЦИИ ЭМПИРИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Е.В. Черныш *(ДВГУ, Владивосток)*

Эмпирические данные, полученные опытным путем или в результате наблюдений, являются основой информации, необходимой и полезной для выявления закономерностей и принятия решений в различных сферах человеческой деятельности. При анализе таких данных приходится решать задачу нахождения зависимости между значениями некоторого набора факторов и поведением исследуемого явления. Это приводит к необходимости структурировать, систематизировать, выделить полученные данные по тем или иным признакам, т.е. выполнить процедуру кластеризации.

В кластерном анализе существует достаточно большой набор разнообразных алгоритмов автоматической классификации, результаты применения которых, так или иначе, зависят от субъективного выбора метрик и методов группировки или разбиения объектов в пространстве признаков. Поэтому перед исследователями встает задача поиска независимого универсального алгоритма кластеризации эмпирических данных.

В наше время все больший интерес проявляют к анализу информации из различных областей знаний, и возникает вопрос расшифровки полученной информации, поэтому становятся популярными и другие, отличные от классических, подходы к анализу данных. Решение задач кластеризации эмпирических данных может быть упрощено, используя новые идеи академика В.П. Маслова, которые предложены им для решения экономических задач [1]. Они основаны на построении рангового распределения для наблюдаемых величин, в соответствии с которым эмпирические данные преобразуются в упорядоченный по возрастанию набор абсолютных значений (частот встречаемости), причем каждому элементу из набора ставится в соответствие ранг, равный порядковому номеру элемента в наборе. Тогда в кластерной структуре ранжированных данных, согласно Маслову, существует универсальная зависимость ранга и частоты, которая при переходе от кластера к кластеру меняется только в числовых параметрах, характеризующих соответствующие группы.

В данной работе предлагается применять модифицированный закон В.П. Маслова на каждом кластере [2]. Число изменений характерных параметров будет соответствовать необходимому (оптимальному) количеству кластеров на заданном множестве элементов. Такая зависимость дает точное разложение разбиения, позволяющее решить некоторые задачи интерпретации информации, а также оптимизации числа кластеров.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта НШ 2810.2008.1.

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВНУТРЕННИХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ МЕТОДОМ КРУПНЫХ ВИХРЕЙ

А.А. Шумихин, А.И. Карпов *(ИПМ УрО РАН, Ижевск)*

Численное моделирование турбулентных течений, на основе метода крупных вихрей (Large Eddy Simulation - LES), является одним из перспективных направлений в вычислительной гидроаэродинамике [1]. Важным преимуществом этого метода перед полуэмпирическими моделями турбулентности является то, что замыкающая модель турбулентности используется только для вихрей с масштабами меньшими, чем размеры ячейки вычислительной сетки, а крупные вихревые структуры рассчитываются точно. Основой метода вихреразрешающего моделирования является пространственная фильтрация системы полных трехмерных нестационарных уравнений Навье-Стокса. При таком подходе перенос импульса и энергии крупными вихрями рассчитывается точно, а для вихрей более мелких масштабов расчет производится с использованием одной из подсеточных моделей, в качестве которой здесь была использована модель Смагоринского [1], где полагается, что анизотропная часть тензора подсеточных напряжений пропорциональна тензору осредненных крупномасштабных напряжений. Для получения численного решения в данной работе использовалась противопоточная схема третьего порядка точности QUICK (Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinematics) [2]. Для дискретизации уравнений по времени использовалась гибридная явно-неявная схема Адамса-Бэшфорта/Адамса-Мултона, конвективные члены вычислялись по явной схеме Адамса-Бэшфорта, диффузионные - неявно, по схеме Адамса-Мултона. Приводятся результаты расчетов пульсационных и осредненных характеристик трехмерных дозвуковых турбулентных течений сжимаемого газа в каналах с инертными и проницаемыми поверхностями.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 07-08-96044-р_урал_а).

[1] Волков К.Н., Емельянов В.Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. М.: Физматлит, 2008, 368 с.

[2] Kirkpatrick M.R, Armfield S.W., Kent J.H. A representation of curved boundaries for the solution of the Navier-Stokes equations on a staggered three-dimensional Cartesian grid // Journal of Computational Physics. 2003. V. 184, №1. pp. 1-36.

ДИФФУЗИОННОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ В ПОЗИТРОННО-ЭМИССИОННОЙ ТОМОГРАФИИ

И.П. Яровенко *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

Работа посвящена исследованию математической модели позитронно-эмиссионной томографии (ПЭТ), позволяющей учитывать рассеяние фотонов, родившихся в результате аннигиляции позитронов.

Основная масса работ, посвященных проблеме ПЭТ с учетом рассеяния, направлена на построение различных эмпирических формул и методов, позволяющих оценить вклад рассеянного излучения в сигнал, регистрируемый детекторами и выделить не рассеянную часть излучения. После этого к таким "очищенным"данным применяются классические методы, развитые в томографии. Существенный недостаток данного подхода обусловлен тем обстоятельством, что регистрируемый детекторами сигнал изначально зависит от искомого распределения источника активного вещества. В связи с этим, при фильтрации сигнала приходится каким-то образом грубо оценивать это распределение, либо использовать привязку к эталонному распределению, характерному для конкретной исследуемой среды, что в свою очередь приводит к появлению искажений связанных с ошибками в оценке распределения источника.

В последние годы получил развитие подход, направленный на построение новых математических моделей ПЭТ позволяющих некоторым образом использовать информацию, содержащуюся в рассеянном сигнале, вместо того чтобы ее отфильтровывать.

Данная работа посвящена построению и исследованию одной из таких моделей. Модель представляет собой интегральное преобразование, связывающее функцию описывающую сигнал, регистрируемый детектором и распределение активности внутри вещества.

Ядро преобразования получается в результате применения вероятностных подходов и методов теории переноса излучения, и представляет собой произведение решений диффузионного приближения для уравнения переноса излучения, описывающего распространение гамма-квантов возникших в результате аннигиляции позитронов рожденных точечным источником.

Изучаются качественные свойства указанного интегрального преобразования. Особое внимание уделяется проверке адекватности модели при помощи метода статистического моделирования.

УПРАВЛЕНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ

РАВНОВЕСИЕ НЭША В ИГРОВОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ БИОРЕСУРСАМИ

А.И. Абакумов *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*, **Н.С. Иванко** *(Дальрыбвтуз, Владивосток)*

Рассматривается задача об управлении в сообществе с m биологическими видами, через x обозначен вектор их биомасс. Управление осуществляют n субъектов, каждый из которых имеет свой критерий полезности Φ_k. Возникающая игровая задача имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t,x,u) \\ \Phi_k = \int\limits_0^T \varphi_k(t,x,u_k)dt \to \sup \\ x(0) = x_0,\ k = 1,...,n. \end{cases} \tag{1}$$

Максимизация функционалов Φ_k достигается выбором вектора управлений $u(t) = (u_1(t),...,u_n(t))$ для $t \in [0;T]$ при заданных в задаче (1) ограничениях.

На функции задачи (1) накладываются следующие условия $(*)$:

1)все функции задачи непрерывно дифференцируемы;

2)для любого $u \in U$, где U - открытое множество в $C([0;T])$, существует единственное решение $x(t)$ задачи (1).

Утверждение. Пусть для задачи (1) выполнены условия $(*)$. Если $(\widehat{x},\widehat{u})$ – равновесие Нэша в задаче (1), то на промежутке $[0;T]$ существуют такие дифференцируемые вектор-функции $\lambda_k(t)$ для $k = 1,...,n$, что выполняются условия

$$\begin{cases} \dot{\widehat{x}} = f(t,\widehat{x},\widehat{u}) \\ \dot{\lambda}_k = -\frac{\partial\varphi_k(t,\widehat{x},\widehat{u}_k)}{\partial x} - \lambda_k\frac{\partial f(t,\widehat{x},\widehat{u})}{\partial x},\ k = 1,...,n \\ \widehat{x}(0) = x_0 \\ \lambda(T) = 0, \end{cases} \tag{2}$$

где $u(t) = \widehat{u}(t)$ является решением системы уравнений

$$\left\{ \frac{\partial \varphi_k(t,\widehat{x},u_k)}{\partial u_k} + \lambda_k \frac{\partial f(t,\widehat{x},u)}{\partial u_k} = 0, \ k = 1,...,n. \right. \tag{3}$$

На основе этого утверждения строятся вычислительные методы поиска равновесных решений.

Работа поддержана ДВО РАН, проект 09-I-П2-02 по программе фундаментальных исследований Президиума РАН.

МАРКОВСКИЕ МОДЕЛИ В ЗАДАЧАХ РАСЧЕТА И ОБЕСПЕЧЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ПО ПОСТЕПЕННЫМ ОТКАЗАМ

О.В. Абрамов *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

Одним из видов моделей, которые можно использовать для описания случайных процессов эксплуатационных изменений параметров технических систем, расчета и оптимизации надежности по постепенным отказам, являются марковские модели.

Марковские случайные процессы обладают целым рядом полезных свойств, которые следуют из того факта, что для полного описания непрерывного марковского процесса достаточно двумерного закона распределения. Кроме того, для этих процессов хорошо развит математический аппарат, что позволяет решать на его основе многие прикладные задачи.

Рассматриваются задачи расчета и оптимизации характеристик надежности технических систем, закономерности эксплуатационных изменений параметров которых описываются моделями непрерывных марковских процессов. В качестве показателей надежности рассматриваются вероятность безотказной работы и средняя наработка до отказа. Показано, что задачу расчета параметрической надежности можно свести к классической для теории марковских процессов задаче о недостижении исследуемым процессом фиксированных границ. Задача оптимального выбора начальной точки (оптимального выбора номиналов параметров) для теории марковских процессов не является характерной. В докладе показано, что ее решение можно получить на основе уравнений Л.С. Понтрягина или А.Н. Колмогорова [1].

Для случая, когда изменения параметров можно описать однородным марковским процессом получены аналитические решения задачи оптимального выбора номиналов по критериям вероятности безотказной работы и средней наработки до отказа.

Показана возможность обобщения полученных результатов на произвольное число оптимизируемых параметров.

На основе моделей непрерывных марковских процессов с отражающими и полупоглащающими экранами сформулирована задача расчета эксплуатационной надежности технических систем и оптимального планирования их технического обслуживания. Намечены пути ее численного решения.

[1] Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. М.: Сов. ра-дио, 1977. 448 с.

ТОЧНАЯ ЛОКАЛЬНАЯ УПРАВЛЯЕМОСТЬ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ ВЯЗКОГО ГАЗА

Е.В. Амосова *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

Рассматривается одномерная система уравнений Навье-Стокса для вязкого газа на отрезке $(0,1)$ с непроницаемыми стенками, которая управляется с помощью распределенного управления, сосредоточенного на некотором фиксированном интервале $(a,b) \subset (0,1)$. Одномерная система Навье-Стокса для сжимаемой среды в массовых лагранжевых координатах имеет вид [1]:

$$v_t = (\rho v_x)_x - (\rho^\gamma)_x + u(t,x), \quad \rho_t + \rho^2 v_x = 0, \tag{1}$$

где $(t,x) \in Q \equiv (0,T) \times (0,1)$, $u = u(t,x)$ — управление, сосредоточенное на интервале $\omega = (a,b) \subset (0,1)$:

$$u(t,x) \equiv \chi_\omega(x) u(t,x), \quad \chi_\omega = \begin{cases} 1, & x \in (a,b); \\ 0, & x \notin (a,b). \end{cases}$$

Ставятся начальные и граничные условия

$$v(t,x)|_{t=0} = v_0(x), \quad \rho(t,x)|_{t=0} = \rho_0(x), \quad v(t,x)|_{x=0} = v(t,x)|_{x=1} = 0.$$

Предположим, что нам задано классическое решение

$$\hat{\rho} \in C^{1+\beta}(Q), \quad \hat{v} \in C^{2+\beta,1+\beta/2}(Q)$$

системы (1) без управления u. При этом предполагается, что $\hat{v}(0,x) \neq v_0(x)$, но выполнены условия близости v_0 к $\hat{v}(0,\cdot)$ в норме $H_0^1(0,1)$

$$\|\hat{v}(0,\cdot) - v_0\|_{H_0^1(0,1)} < \varepsilon. \tag{2}$$

Задача локальной точной управляемости состоит в построении управления $u(t,x) \in L^2(0,T;L^2(0,1))$, такого, чтобы решение краевой задачи (1) с этим управлением в момент времени $t=T$ удовлетворяло соотношениям

$$v(t,x)\big|_{t=T} = \widehat{v}(T,x), \quad \rho(t,x)\big|_{t=T} = \widehat{\rho}(T,x). \tag{3}$$

Указанная задача не является корректно поставленной. Чтобы сделать эту задачу более регулярной, заменим ее экстремальной задачей. Эту расширенную задачу удается решить с помощью оценок карлемановского типа.

[1] Антонцев С.Н., Кажихов А.В., Монахов В.Н. Краевые задачи механики неоднородных жидкостей. Н.: Наука, 1977.

[2] Фурсиков А.В. Оптимальное управление распределительными системами. Терия и приложения. Н.: Научная книга, 1999.

УМЕНЬШЕНИЕ ПРОСТРАНСТВА ПОИСКА В ЗАДАЧЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

М.Ф. Аноп *(ДВГТУ, Владивосток)*, ***Я.В. Катуева, Д.А. Назаров*** *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

Проектирование технических систем и устройств с учетом случайных процессов изменения их параметров и требований надежности связано с необходимостью решения целого ряда сложных и трудоемких задач. К их числу относится и задача оптимального выбора номинальных значений параметров проектируемых систем (параметрической оптимизации) по критериям надежности, основные трудности решения которой обусловлены вероятностным характером критерия оптимальности и дефицитом информации о случайных закономерностях процессов изменения параметров проектируемых систем.

Одним из путей сокращения вычислений в данной задаче служит уменьшение пространства поиска, которое состоит в аппроксимации множества совместно допустимых значений параметров (области работоспособности) системы какими-либо геометрическими фигурами (вписанные или описанные гиперпараллелепипеды (брусы) с гранями, параллельными координатным плоскостям, выпуклые многогранники и т.д.) [1]. Решение этой задачи позволяет оценить способность системы сохранять работоспособность при отклонениях параметров ее элементов от расчетных значений, выявить влияние отдельных из них на работоспособность (оценить чувствительность), назначить допуски и выбрать наилучшие в том или ином смысле номинальные значения параметров системных компонентов. Построение описанного параллелепипеда позволяет уменьшить пространство поиска при нахождении области работоспособности, снижает трудоемкость вычисления стохастических оценок (целевых функций). При проведении статистического анализа для точек, попавших за пределы описанного бруса, нет необходимости проводить дорогостоящий процесс моделирования системы, поскольку за его пределами условия работоспособности не выполняются. В работе обсуждается алгоритм уменьшения пространства поиска, основанный на методе статистических испытаний.

[1] О.В. Абрамов, Г.Б. Диго, Н.Б. Диго, Я.В. Катуева Параллельные алгоритмы построения области работоспособности // Информатика и системы управления, 2004, № 2(8), С. 121-132.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОМЫСЛА ПОПУЛЯЦИЙ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ ИЗМЕНЕНИИ ЛИМИТИРУЮЩИХ РОСТ ЧИСЛЕННОСТИ ФАКТОРОВ СРЕДЫ В ЦИКЛЕ ДЛИНЫ ДВА И ТРИ

Е.В. Ашихмина, Ю.Г. Израильский *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

В современной популяционной экологии проблема прогнозирования промысла занимает одно из центральных положений. Однако решение оптимизационных задач при нестационарности лимитирующих рост численности факторов среды рассматривается сравнительно редко. Как правило, исследователи стремятся к упрощению моделей путем замены части переменных постоянными величинами, в частности, параметра, определяющего, экологическое лимитирование популяционной численности факторами внешней среды. Это существенно ограничивает возможности применения результатов моделирования к описанию реальных популяций, для которых степень экологического лимитирования есть периодическая функция времени, определяемая многими факторами.

В работе решается задача оптимизации промысловых изъятий из локальной однородной промысловой популяции, динамика численности которой описывается моделью Риккера при условии изменения лимитирующие рост численности факторов внешней среды в цикле длины два и три. Рассмотрен случай стационарной стратегии промысла: постоянство коэффициента интенсивности промысла в последовательные годы. Оптимальное решение ищется с применением функции Лагранжа.

Показано, что оптимизация промысла - получение максимально возможной прибыли за бесконечный промежуток времени (т.е. при сохранении репродуктивного потенциала популяции) при увеличении интенсивности лимитирования обеспечивается количественным различием оптимальных долей изъятия в последовательные годы цикла и снижением общего изъятия из популяции за цикл при увеличении интенсивности промысла.

[1] Ашихмина Е.В., Израильский Ю.Г., Фрисман Е.Я. // Дальневосточный математический журнал. 2003. Т4, № 1. С. 127-133.

К ВОПРОСУ ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ В МОДЕЛИ Р. СОЛОУ

В.С. Василенко, Б.Е. Фишман *(ИКАРП ДВО РАН, Биробиджан)*

Экономико-математические модели позволяют строить сценарии развития экономических объектов различных уровней, направленные на решение двух групп актуальных задач. Во-первых, выделение ключевых моментов развития и разработка на этой основе качественно различающихся вариантов их динамики. Во-вторых, всесторонний анализ и оценка каждого из полученных вариантов, изучение их структурных особенностей и возможных последствий реализации. К настоящему времени разработано множество подходов к моделированию экономических объектов макро- и мезоуровней, один из них основан на использовании модели экономического роста Р. Солоу.

В докладе рассматриваются возможности применения модели Р. Солоу для описания региональной динамики. Следует отметить, что, несмотря на широкое распространение этой модели, ее модификации не существенно отличаются друг от друга. Так, в качестве производственной функции в каждой модификации традиционно используется ставшая уже классической функция Кобба-Дугласа. В докладе обсуждаются результаты сопоставительного анализа возможностей применения модели Р. Солоу с производственной функцией Кобба-Дугласа и с производственной функцией Аллена для описания экономической динамики. Проводится сравнительный анализ свойств указанных производственных функций, а также возможностей их применения при описании экономического развития региона открытого типа (на примере ЕАО). Представлены результаты качественного анализа модели Р. Солоу с производственной функцией Кобба-Дугласа модифицированной модели Р. Солоу с производственной функцией Аллена.

РАЗРАБОТКА ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

И.А. Васильев, Ю.А. Гуракова, Е.И. Антонова *(ДВГУ, Владивосток)*

При решении задач управления коллективом, прежде всего, необходимо добиться выполнения поставленных перед сотрудниками заданий в срок. В настоящее время существует много автоматизированных систем управления предприятиями. Однако, ни в одной из существующих автоматизированных систем управления человек не учитывается как ненадежный элемент. На основании проведенного анализа предметной области "Управление людьми"была построена ее математическая модель. Основными компонентами модели являются задача, ответственный сотрудник, ненадежность [1]. На основе полученной модели была разработана и реализована интеллектуальная система управления (ИСУ).

ИСУ состоит из 2 основных компонент: главного (серверного) приложения для субъекта управления и клиентского приложения для объекта управления (ответственного сотрудника, назначенного на выполнение задачи). В задачи серверного приложения входит предоставление субъекту управления следующих возможностей: описание задачи, определение ответственных сотрудников, выполнение интеллектуальных методов расстановки контрольных точек, определения ненадежности и метода мотивации. Клиентская часть предназначена для уведомления сотрудника о наступлении контрольных точек и сбора информации о состоянии выполнения задачи.

Одной из компонент серверного приложения является подсистема планирования и определения ненадежностей. Эта подсистема должна решать задачи определения подходящего метода мониторинга, множества контрольных точек, распределяемых на протяжении времени выполнения задачи, а также определения ненадежности, которую может проявить сотрудник в процессе выполнения задачи. Основными компонентами подсистемы определения методов мотивации являются редактор знаний о ролях человека, характеристиках, методах мотивации, ненадежностях, структурах управления; решатель, определяющий подходящие методы мотивации на основе личностных и психологических особенностей личности, виде ненадежности и структуры управления с участием эксперта предметной области.

В процессе разработки ИСУ были проанализированы основные подходы к интеллектуальному управлению людьми, процессу планирования профессиональной деятельности и мотивации сотрудников. Разработанная система управления может быть полезна как эксперту в области управления персоналом, так и новичку в данной предметной области. Дальнейшее развитие системы связано с проблемой формирования коллектива. Эта задача заключается в подборе наиболее оптимального состава персонала в зависимости от выполняемой работы. Отсутствие автоматизированных систем, позволяющих решать задачу формирования коллектива, делает эту проблему очень актуальной.

[1] T.V. Ryabtsev, E.I. Antonova The Model of Unreliable Elements (Human Resources) Intellectual Management System on the Basis of Their Psychological and Personal Characteristics. In “Information Technologies and Knowledge” International Journal, Bulgaria, Varna, Vol. 2 / 2008, p. 394-399

ЧИСЛЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ ПРОЕКЦИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ

А.С. Величко *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

В работе [1] аппарат итерационных процессов фейеровского типа с оператором проекции используется для разработки методов решения систем линейных уравнений или неравенств, соответствующих необходимым и достаточным условиям экстремума для задач линейного программирования. В данной работе рассматривается подход фейеровских процессов с убывающим возмущением [2] с оператором проекции для разработки алгоритмов, в том числе параллельных, решения выпуклых экстремальных задач с большим количеством линейных ограничений.

Для решения экстремальной задачи $\min\limits_{x \in V} h(x)$, где $h(\cdot)$ – конечная выпуклая функция на множестве $V = \bigcap C_i$, рассматривается итерационная последовательность $x^{s+1} = \mathcal{F}(x^s + z^s), s = 0, 1, \dots,$ где $\mathcal{F}$ – фейеровский оператор, $z^s \to 0$ – убывающее при $s \to +\infty$ малое возмущение. Вектор z^s выбирается равным $-\lambda_s g^s$, где $\lambda_s \to 0$ – убывающие шаговые множители, g^s – градиент функции $h(\cdot)$ в точке x^s. В программной реализации параллельного алгоритма в качестве оператора $\mathcal{F}$ предлагается использовать выпуклую комбинацию проекций на отдельные множества C_i линейных ограничений.

Численные эксперименты для последовательной версии алгоритма, реализованного на Octave, показывают линейную зависимость числа операций от количества ограничений задачи и близкую к полиномиальной оценку практической вычислительной сложности с показателем степени (по числу ограничений задачи) порядка 4. Параллельный алгоритм реализован с помощью пакета MPI Toolbox for Octave (atc.ugr.es/ javier-bin/mpitb).

Работа поддержана грантами ДВО РАН 09-III-A-01-004, РФФИ 09-01-00042-а.

[1] Васин В.В., Еремин И.И. Операторы и итерационные процессы фейеровского типа. Теория и приложения. – Екатеринбург: УрО РАН, 2005.

[2] Нурминский Е.А. Использование дополнительных малых воздействий в фейеровских моделях итеративных алгоритмов // Журн. вычисл. матем. и матем. физики. 2008. Т. 48, № 12. С. 2121–2128.

ИНДИКАТОРЫ УПРАВЛЕНИЯ В МОДЕЛИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ

В.Б. Гусев *(ИПУ РАН, Москва)*

Предложен метод расчета сбалансированной структуры индикаторов сбалансированного управления в модели многоресурсных саморазвивающихся систем. В долгосрочном плане сбалансированное управление отвечает критерию оптимальности для показателя воспроизводства ресурсов многопродуктовой производственной системы и переводит ее в равновесный режим функционирования. Предлагаемый метод предназначен для включения в состав инструментария индикативного планирования крупномасштабных объектов хозяйственной деятельности.

Суть метода заключается в том, что с помощью численной модели воспроизводства многоресурсной системы определяется показатель воспроизводства, отображающий соотношение агрегатов выпуска и затрат, как функция структурных пропорций объемов и цен. Максимизация этого показателя определяет структуру, соответствующую равновесному режиму воспроизводства, когда темпы прироста по всем видам продукции и услуг одинаковы. При этом равновесная структура может существенно отличаться от структуры, существующей в реальности. При использовании предлагаемого подхода особое внимание следует уделить тому, что приближение к равновесным структурам, как выпусков, так и цен должно происходить совместно. В противном случае достигаемое равновесие окажется неустойчивым, в значительной степени подверженным внешним воздействиям [1]. Таким образом, решение рассматриваемой оптимизационной задачи позволяет получить сбалансированную структуру выпусков и цен, обеспечивающую максимальный коэффициент воспроизводства ресурсов для производственного цикла.

Исходная информация задачи структурной балансировки формируется на основе анализа экономической статистики. Трудность заключается в том, что в ряде ситуаций (например, региональное или отраслевое планирование, сценарное прогнозирование) отсутствуют стандартные методики по сбору и обработке данных. В этих случаях предлагается статистические данные совмещать с экспертными оценками структуры затрат на единицу выпуска.

Метод структурной балансировки был применен для формирования региональной программы инновационного развития [2].

[1] Гусев В.Б. Моделирование экономических процессов в состоянии динамического равновесия. // Сибирский журнал индустриальной математики. - Новосибирск: Издательство новосибирского университета. - 2004. Т. VII, 3(19) - с. 84-94.

[2] Комплексное оценивание и планирование развития региона. /А.Б. Левинталь, В.Ф. Ефременко, В.Б. Гусев и др. - М.: Ин-т пробл. управл. им. В.А. Трапезникова РАН, 2006 - 53 с.

ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПИСАНИЕ ДЛЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ЛИНИЙ

В.Б. Гусев *(ИПУ РАН, Москва)*

Рассматривается задача составления расписания работы нескольких технологических (или фасовочных) линий, одновременно производящих обработку нескольких изделий с целевой установкой выполнить план выпуска, заданный на определенном отрезке планирования. Задача имеет комбинаторный характер и при реальных параметрах технологического процесса (около десятка линий, несколько десятков изделий и один - три десятка интервалов времени) представляет значительную вычислительную трудность. С возможной потерей части допустимых решений она сводится к задаче линейного программирования, где:

x_{ikt} - длительность загрузки i-й линии с продукцией k в t-й интервал времени (день), $0 \leq x_{ikt} \leq nt$, nt - длительность временного интервала,

s_{ik} - производительность i-й линии за 1 интервал времени для k-го вида продукции, v^*_{kt} - план отгрузки продукции k в конце интервала t,

c_{kt} - запас комплектующих для k-й продукции в t-й интервал времени

r_{kt} - запас на складе продукции k в интервале t,

$v_{kt} = \min(v^*_{kt}, c_{kt-1})$ - реализация плана, d_{ik}- время переналадки i-й линии,

n_{it} - число переналадок i-й линии, $n_{it} \geq 0$,

z_k - запас комплектующих на складе для продукции k,

b_k- габаритный объем продукции k, c - объем склада,

p_{ik} - время переналадки i-й линии под продукцию k.

Оптимизационная задача включает критерий максимума суммарной производительности по совокупности переменных x_{ikt} и ограничения на длительность загрузки каждой из линий, расход комплектующих с учетом ограниченности объема склада, план отгрузки продукции.

Если размерность сформулированной задачи линейного программирования оказывается слишком большой для вычислительного устройства или используемой библиотечной программы, применяется метод декомпозиции, формирующий в последовательность редуцированных (вложенных по времени) задач планирования. При этом каждая из редуцированных задач формулируется для вложенных периодов, длительность которых изменяется от суммарной длительности всего отрезка планирования до длительности одного периода. При переходе от одной редуцированной задачи к следующей плановые ограничения пересчитываются путем суммирования правых частей ограничений исходной задачи. Для того, чтобы получить решение исходной задачи, длительности загрузки линий текущего периода определяются как их разности для пары соответствующих редуцированных задач.

ИНТЕРВАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПОЛОЖЕНИЯ ПОДВОДНОГО АППАРАТА

Д.В. Давыдов *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

Рассмотрена интервальная модель идентификации положения автоматического подводного аппарата в системе трех придонных маяков с учетом неточностей измерения, вызванных колебаниями скорости распространения звука в неоднородных плотных средах и погрешностью определения координат придонных маяков.

Задача идентификации неизвестных координат подводного аппарата сводится к вычислению расстояний от него до маяков на основе фиксирования времени распространения волн от каждого маяка. В условиях неоднородности среды (параметры солености, наличие подводных течений и т.п.) теоретическая скорость распространения звуковых волн, полагаемая обычно константой, отличается от своего фактического значения, что вносит погрешности в определение соответствующих расстояний. Кроме того, придонное размещение маяков определяет их неточное положение в пространстве, связанное с физическими принципами их установки. Положение маяка фиксируется якорем, связанным с маяком цепью заданной длины, что задает его положение с точностью до полусферы с центром в точке размещения якоря. Фактические отклонения обычно сосредоточены в более узком шаровом сегменте и определяются параметрами среды.

Предполагая известными относительные погрешности измерения скорости звука и координат маяков, нетрудно составить интервальную алгебраическую систему, связывающую неизвестное положение аппарата с интервально заданными координатами маяков.

Преобразуя исходную интервальную квадратичную систему к линейной и минимизируя невязку отклонения фактического положения аппарата от искомой оценки его координат, нетрудно перейти к задаче нахождения универсального решения [1] интервальной алгебраической системы и получить оценки точности решения с использованием показателя интервального неравенства [2].

[1] Ащепков Л.Т., Давыдов Д.В. Универсальные решения интервальных задач оптимизации и управления. М.: <Наука>, 2006. 151с.

[2] Ащепков Л.Т., Давыдов Д.В. Показатель интервального неравенства: свойства и применение // Вычислительные технологии. Том 11, № 4, 2006. С. 13-22.

СТРАТЕГИЯ ДИАГОНАЛЬНОГО РАЗБИЕНИЯ В МНОГОМЕРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Г.Б. Диго *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

Рассматривается задача минимизации многомерной многоэкстремальной целевой функции, заданной алгоритмически. Это функция, значения которой при любой допустимой величине аргумента определяются по известному алгоритму, а их получение требует значительных вычислительных ресурсов. Сложность численного решения такой задачи, как и любой задачи многомерной глобальной оптимизации, вызвана большой размерностью пространства переменных и отсутствием достаточной априорной информации о характере минимизируемой функции. Она неразрешима в общем случае, поскольку не гарантировано получение решения за конечное число шагов. Алгоритмы решения задач такого типа представляют собой итеративные процессы, порождающие последовательность точек в соответствии с предписанным набором правил, включающим критерий окончания счета.

Глобальный экстремум обычно выбирается среди всех найденных локальных решений, но возможен перебор только части из них, если доказано, что остальные локальные решения не влияют на окончательный результат. Поэтому все методы глобальной оптимизации сводятся к оценке значений целевой функции на некотором подмножестве точек из допустимого множества, а отличаются они только способом их выбора. Стремление уменьшить количество расчетов при вычислении значений целевой функции в этих точках приводит к необходимости сокращения числа пробных точек. Достичь этого и сократить пространство памяти для хранения характеризующей их информации позволяет применение адаптивного метода диагонального разбиения [1]. Оно основано на эффективном способе расположения выбираемых точек на каждом шаге адаптации и некоторой процедуре, устанавливающей глобальные связи между ними и исключающей дополнительные вычисления минимизируемой функции (безызбыточная стратегия адаптивного диагонального разбиения).

Работа выполнена при поддержке гранта ДВО РАН 06-I-ЭММПУ- 054 Программы № 15 отделения ЭММПУ РАН.

[1] Sergeyev Ya.D. An efficient strategy for adaptive partition of N- dimensional intervals in the framework of diagonal algorithms // Journal of Optimization Theory and Applications, 2000. V. 107. N 1, P. 145-168.

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ АДАПТИВНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ МЕТОДОВ В ЗАДАЧАХ МНОГОМЕРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Н.Б. Диго *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

Проектирование технических систем с учетом случайности процессов изменения их параметров связано с необходимостью решения ряда сложных и трудоемких задач. К их числу относятся задачи параметрического синтеза и, в частности, оптимального выбора номинальных значений параметров проектируемых объектов. Сложность их решения обусловлена вероятностным характером критерия оптимальности и дефицитом информации о случайных закономерностях процессов изменения параметров проектируемых систем. Поскольку целевые функции и условия работоспособности могут быть заданы не только в аналитическом, формульном виде, но и таблично, с помощью программ моделирования, алгоритмов решения дифференциальных или нелинейных алгебраических уравнений, для решения возникающих нелинейных оптимизационных задач нет универсального метода решения. Зачастую приходится учитывать физическую сущность рассматриваемой проблемы, а решение возникающих задач глобальной оптимизации требует больших временных затрат и вычислительных ресурсов. Одна из основных трудностей при решении таких задач возникает при увеличении размерности из-за роста вычислительных затрат. Так, для достижения гарантированного экстремума с заданной точностью простым перебором на равномерной сетке в области поиска необходимое число испытаний оптимизируемой функции будет возрастать экспоненциально относительно роста размерности.

В связи с этим возникает необходимость решения поставленной задачи при меньшем числе испытаний (проблема уменьшения числа пробных точек) и тех же требованиях к точности решения. Это возможно при переходе к адаптивным последовательным методам оптимизации за счет более полного учета априорной информации об оптимизируемой функции. К ним относятся различные методы неравномерных покрытий допустимого множества, редукция многомерной задачи к одномерным задачам с последующим применением эффективных одномерных алгоритмов глобальной оптимизации, многомерный метод ломаных и т.д.

В докладе анализируется эффективность различных стратегий адаптивного разбиения области поиска с точки зрения упрощения выбора новых точек испытаний и получения границ значений целевой функции.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта ДВО РАН 09-I- П2-03 (Программа фундаментальных исследований Президиума РАН № 2).

АНАЛИЗ БЕЗОПАСНОСТИ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ ОБ ОПЕРАТИВНОЙ ОБСТАНОВКЕ

Я.В. Катуева *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

В последние годы резко возросли масштабы и частота природных катаклизмов и критических ситуаций, представляющих реальную угрозу жизнедеятельности людей. Отказы стареющего и неграмотно спроектированного оборудования в совокупности со случайными факторами все чаще служат источниками осуществления угроз безопасности. Для выявления причин подобных ситуаций и эффективного им противодействия необходима разработка методов анализа сложных систем в условиях неполноты и конфликтов информации, координация и обмен информацией со всеми службами жизнеобеспечения края. Необходимо развитие методов комплексного оценивания для совершенствования механизмов принятия решений, позволяющих повысить эффективность управления такими объектами как город и регион.

В докладе обсуждаются методы анализа оперативной обстановки в Приморском крае на основе данных ежедневного оклада Губернатору. Далеко не все отказы в жизнеобеспечении региона попадают в разряд ЧС, однако экстремальные и кризисные ситуации случаются в повседневной жизнедеятельности достаточно часто. Основной задачей является выявление закономерностей в возникновении опасностей, выстраивание цепей и контуров причинно-следственных связей, создающих предпосылки и будущие условия формирования и реализации кризисных ситуаций. Для снижения вероятностей подобных ситуаций, техногенных катастроф и аварий необходимы соответствующие системы контроля и анализа складывающейся обстановки. Необходима разработка нового понятийного аппарата, на основе которого можно оценить текущую обстановку в крае, провести прогноз возникновения кризисных явлений, связать имеющуюся атрибутивную и статистическую информацию с основными понятиями теории управления сложными системами и применить к имеющимся данным аппарат теории статистического оценивания и теории надежности.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта ДВО РАН 09- III-А-03-068 «Разработка методов и моделей управления безопасностью больших сложных

систем».

ПОДСИСТЕМА ФОРМИРОВАНИЯ РАСЧЕТНОГО ЗАДАНИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ САПР РЭА

Я.В. Катуева, Д.А. Назаров *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*, ***М.П. Тыргола*** *(ДВГТУ, Владивосток)*

В последние годы стал активно развиваться достаточно радикальный путь сокращения трудоемкости решения сложных вычислительных задач, в основе которого лежит идея распараллеливания процессов поиска конечного результата. Развитие сетевых технологий, соответствующего программного обеспечения, удешевление элементной базы делает вычислительные комплексы массивно-параллельного и кластерного типа доступными все большему числу пользователей. Для создания высокопроизводительных вычислений необходимы параллельные алгоритмы и средства, поддерживающие всю цепочку действий, требуемых для решения задачи. К ним относятся методы решения задачи параметрического синтеза, средства декомпозиции последовательных алгоритмов, библиотеки распределенного ввода-вывода, алгоритмы и библиотеки балансировки загрузки процессоров, специальные библиотеки параллельных датчиков случайных чисел, средства визуализации результатов экспериментов и многое другое [1].

В докладе обсуждается подсистема формирования расчетного задания для параллельной системы автоматизированного проектирования радиоэлектронной аппаратуры по критерию надежности. Обсуждается проблема согласования компонентов вычислительного комплекса и их объединения в рамках единой системы, позволяющей специалисту прикладной области воспользоваться ими для выполнения вычислительного эксперимента. Основным звеном между пользователем и параллельной САПР является подсистема формирования задания, которая выполняется на машине пользователя, позволяет сформировать файл- задание на вычисление для удаленного суперкомпьютера (кластера) и обеспечивает понятный интерфейс для взаимодействия с системой.

Работа выполнена при поддержке гранта ДВО РАН № 09-III-В-03-082.

[1] O.V. Abramov, Y.V. Katueva and D.A. Nazarov Distributed computing environment for reliability-oriented design // Reliability & Risk: Analysis: Theory & Applications, vol.2, No.1(12), 2009, pp. 39-46.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕРЕГУЛЯРНОЙ СЕТКИ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ОБЛАСТИ РАБОТОСПОСОБНОСТИ

Д.А. Назаров *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

Задача построения области работоспособности (ОР) часто может возникать при проектировании сложных систем с учетом требований надежности и оптимизации номинальных значений параметров при условии недостаточности исходной информации о законах изменения значений параметров исследуемой системы под воздействием различных факторов [1].

Использование представления ОР позволяет снизить вычислительную сложность получения стохастических оценок при выборе оптимальных значений параметров. Использование представления ОР также позволяет использовать детерминированный критерий запаса работоспособности при выборе оптимальных значений внутренних параметров при отсутствии информации о закономерностях изменения последних [2].

Под построением ОР подразумевается построение геометрического аналога области, заданной теоретически как множество точек в пространстве внутренних параметров, в которых значения выходных параметров удовлетворяют требованиям спецификаций. Как правило, информация о конфигурации этой области, сведения о ее границах, неизвестны.

Построение ОР связано с большими вычислительными затратами, обусловленными перебором большого числа комбинаций значений внутренних параметров и сложностью модели. Кроме того, при использовании сеточного представления ОР возникает проблема хранения больших объемов данных и нерациональности использования регулярной сетки для этого представления.

В докладе обсуждается алгоритм представления ОР нерегулярной сеткой, выгода от использования такого представления и методы его использования с целью решения задачи выбора оптимальных значений параметров системы - параметрического синтеза [1].

Работа выполнена при поддержке гранта ДВО РАН є 09-IIIВ-03-082.

[1] Абрамов О.В. Параметрический синтез стохастических систем с учетом требований надежности. М.: Наука, 1992.

[2] Абрамов О.В., Катуева Я.В., Назаров Д.А. Оптимальный параметрический синтез по критерию запаса работоспособности // Проблемы управления, № 6, 2007, С. 64 – 69.

МНОГОСТУПЕНЧАТОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ ПОСТРОЕНИИ МОДЕЛИ «МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ РАЗВИТИЯ ГОРОДА»

А.Ф. Пащенко *(ИПУ РАН, Москва)*

Использование математических методов для построения прогнозирующих моделей макроэкономических показателей открывает широкие возможности для организации планирования социально- экономического развития регионов.

В работе рассматриваются вопросы построения модели расчета коэффициента замещения утраченного заработка для г. Москвы.

При решении задачи используется метод многоступенчатого моделирования. При этом на первом этапе построены модели расчета прогнозных значений средней зарплаты и средней пенсии. На втором этапе эти модели использованы для расчета коэффициента замещения (коэффициент замещения по определению равен отношению средней пенсии к средней зарплате).

Модели средней зарплаты и средней пенсии построены на основе статистических данных по Российской Федерации и г. Москве за 2000 - 2008 гг. Входными параметрами в моделях приняты ВРП, численность постоянного населения, численность трудоспособного населения, численность пенсионеров, производительность труда, инфляция. Проведен корреляционный анализ, выявлены 3 кластера входных переменных по степени их значимости.

Коэффициенты множественной корреляции в полученных моделях на интервале статистических наблюдений составляют более 0,99, что позволяет говорить о высокой степени адекватности моделей.

Полученное прогнозное значение коэффициента замещения к 2025 году К=14% позволяет сделать вывод о необходимости внесения изменений в экономическую политику (в Стратегии развития г. Москвы до 2025 года в качестве целевого ориентира задано значение коэффициента замещения на уровне 70воздействий.

Полученные в работе результаты и построенные модели могут использоваться для целей среднесрочного и долгосрочного прогнозирования макроэкономических параметров. При этом существует возможность вычисления требующихся для достижения заданных целей значений входных, наблюдаемых с запаздыванием, параметров.

ПРОГНОЗИРУЮЩИЕ МОДЕЛИ РАСЧЕТА СРЕДНЕЙ ПЕНСИИ

А.Ф. Пащенко, Ф.Ф. Пащенко, И.В. Голяк *(ИПУ РАН, Москва)*

Использование математических методов моделирования и прогнозирования сложных социальных и экономических процессов позволяет существенно повысить точность и обоснованность среднесрочных и долгосрочных прогнозов. Для решения этой задачи, в частности, была разработана математическая модель прогноза значения средней пенсии в г. Москве, учитывающая наиболее значимые макроэкономические параметры.

Выбор исходных макроэкономических показателей определялся следующими соображениями: балансовыми соотношениями; сложившимися в экономической среде представлениями о влиянии отдельных макроэкономических показателей на искомый параметр; наличием и доступностью статистических данных; заданием целевых значений на среднесрочную и долгосрочную перспективу для конкретных показателей, например ВВП и ВРП.

Модельные расчеты основаны на статистических данных по принятым параметрам, предоставленных Мосгорстатом. В качестве временного интервала выборки наблюдений принят период 1999 - 2008 год. Этот выбор обусловлен во-первых отсутствием статистических данных по ряду параметров за предшествующий период, а во-вторых - предположением, что данные за 1999 - 2008 гг. должны быть более достоверными ввиду более стабильных тенденций социально- экономического развития страны в целом и города в частности в этот период времени.

Используя многомерные статистические методы, были построены две модели прогнозирующие величину средней пенсии до 2025 г. Модели отличаются количеством входящих в них переменных. При этом множественный коэффициент корреляции оказался достаточно высоким для обеих моделей ($>$ 0,999).

Для сравнительного анализа была построена модель тренда пенсии, имеющая полиномиальный вид и достоверность аппроксимации 0,99 на заданном интервале наблюдений.

Однако, включение в статистические данные наблюдаемых значений за 1992 - 1999 гг. существенно изменяет всю картину. Во- первых, существенно понижается адекватность моделей. Во-вторых, в отдельные годы появляются скачки, которые не вписываются в идеологию общей модели. Это объясняется с одной стороны антисоциальным ходом реформ, а с другой стороны кризисными явлениями типа дефолта 1998 г.

Предложенный метод можно использовать и для прогнозирования значений других макроэкономических показателей на среднесрочную и долгосрочную перспективу.

МОДЕЛИРОВАНИЕ КРИЗИСНЫХ ПРОЦЕССОВ И АНТИКРИЗИСНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В РЕГИОНЕ

Ф.Ф. Пащенко, В.И. Антипов, И.С. Дургарян *(ИПУ РАН, Москва)*

В настоящее время на региональных и федеральном уровнях разрабатываются долгосрочные программы социально-экономического развития. При этом значения прогнозируемых макроэкономических показателей основываются на экспертных оценках. Очевидно, что при быстроразвивающихся кризисных явлениях, проходящих сегодня в мире этого явно недостаточно. Для повышения точности и обоснованности прогнозов необходимо использовать математические методы анализа, моделирования и прогнозирования развития сложных социально-экономических процессов.

Рассмотрены общие причины экономического кризиса и российские особенности, которые усугубляют его развитие в стране. Построены модели валового внутреннего продукта (ВВП) и валового регионального продукта (ВРП), инвестиционных процессов, структуры инвестиций и основных макроэкономических показателей, описывающих развитие региона.

На основе анализа моделей показано, что в целом по России наблюдается некачественный инвестиционный процесс. Инвестиционный процесс мало влияет на макропоказатели базисного роста ВВП. За последние годы резко упала доля государства и домашних хозяйств в инвестиции. Россия стала не только экспортно-ориентированной страной, но и импортно- ориентированной. Базисные темпы импорта существенно превышают базисные темпы экспорта и ВВП. Такое же положение и в регионах и с ВРП. Поскольку экспортируется в основном сырье и энергоресурсы, а импортируется высокотехнологичная продукция, медикаменты и продукты питания, то страна теряет не только продовольственную, но и экономическую и технологическую безопасность.

Моделирование социальной ситуации показывает усиление дифференциации доходов социальных групп, снижение уровня жизни социально незащищенных слоев населения, снижение образовательного уровня и др. показателей. Ошибки в принимаемых решениях, например, передача огромных финансовых ресурсов коммерческим банкам привели не к финансированию реального сектора экономики, а к оттоку финансовых ресурсов из страны.

Для реализации антикризисных мероприятий необходимо непрерывно контролировать состояние региона с использованием автоматизированной системы мониторинга. Система принятия решений помимо данной информации должна учитывать программу антикризисных мер Правительства и план социально-экономического развития региона.

АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА ТЕЛЕУПРАВЛЕНИЯ ПОДВОДНЫМ РОБОТОМ

В.Ф. Филаретов *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

В данном докладе рассматриваются особенности управления подводными роботами, оснащенными подвижными телекамерами. При управлении этими роботами возникает задача обеспечения их быстрого подхода к цели из любой точки пространства. Опыт подводных работ показывает, что даже тренированный оператор имеет значительные затруднения при наведении этого робота на цель, если используются подвижные телекамеры и традиционные системы управления.

В докладе предлагается использовать новые подходы и методы управления многостепенными подводными роботами, продольная ось которых всегда горизонтальна при их движении к обнаруженной цели. Используемые методы предполагают наличие информации о текущем пространственном положении оптической оси телекамеры робота, наведенной оператором на обнаруженную цель, по отношению к его корпусу. При этом от системы управления требуется обеспечение минимального времени подхода робота к обнаруженной цели при наличии заранее неизвестных по величине и направлению подводных течений. Очевидно, что это будет иметь место, если движение робота к цели будет прямолинейным (при отсутствии течений) или гладким криволинейным, но близким к прямолинейному (при наличии течений), с максимально возможной для него скоростью. Причем только при непосредственном подходе к цели эта скорость должна быть автоматически снижена с учетом динамических свойств робота и свойств окружающей вязкой среды во избежание его столкновения с этой целью.

В процессе движения робота по некоторым пространственным траекториям могут возникать ситуации, при которых хотя бы один из его движителей входит в насыщение. Это не позволяет роботу двигаться по предписанной траектории к цели, поскольку он, продолжая свое движение с не обеспечивающим должный упор движителем, неминуемо сходит с заданной траектории. В этом случае используемая система управления устраняет ошибку оператора при задании им неверного режима перемещения робота по предписанной траектории, автоматически снижая скорость этого перемещения до такого уровня, при котором сохраняется эта предписанная траектория движения. При этом сигналы управления всеми движителями, кроме одного, подошедшего к насыщению, автоматически пересчитываются таким образом, чтобы сохранить требуемую траекторию движения с учетом предельного режима работы подошедшего к насыщению движителя.

Кроме того, в случае появления на пути к цели посторонних объектов создаваемая система управления исключает возможность столкновения подводного робота с указанными подвижными или неподвижными посторонними объектами, автоматически обходя их по горизонтали и, при этом, не теряя из виду ранее обнаруженную цель.

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ С ЗАДАННЫМ ФИНАЛЬНЫМ СОСТОЯНИЕМ ДЛЯ МГД ТЕЧЕНИЯ ГАРТМАНА

В.Е. Цыба *(ВЦ РАН, Москва)*, **А.Ю. Чеботарев** *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

Для одномерной модели магнитогидродинамического течения Гартмана рассматривается задача управления с заданным финальным состоянием.

$$u_t - \nu u_{xx} - \beta B_x = 0, \tag{1}$$

$$B_t - \nu_m B_{xx} - \beta u_x = E_x, \tag{2}$$

$$u|_{t=0} = 0, \quad B|_{t=0} = 0, \quad x \in (0,1), \; t \in (0,T), \tag{3}$$

$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=1} = 0, \quad B|_{x=0} = 0, \quad B|_{x=1} = 0. \tag{4}$$

Здесь u, B – скорость течения и магнитная индукция. Управлением является функция E, соответствующая сторонним электродвижущим силам.

Задача управления состоит в том, чтобы в момент времени T создать в канале магнитное поле заданной конфигурации

$$B|_{t=T} = B_s(x), \tag{5}$$

совершив при этом минимальную работу, которая определяется следующим выражением

$$J_a(E) = \int_0^T \int_0^1 B E_x dx dt \to \inf .$$

Доказано, что такая задача не имеет решения без дополнительного ограничения на управление

$$\int_0^T \int_0^1 E^2 dx dt \le M^2, \quad M - \mathrm{const}.$$

Для задачи с ограничением на управление доказаны теоремы существования и единственности решения и выведена система оптимальности.

$$-p_{1t} + \nu A p_1 + \beta p_{2x} = -2A\nu\lambda u,$$

$$-p_{2t} + \nu A p_2 + \beta p_{1x} = -2A\nu_m\lambda B,$$

$$p_1|_{t=T} = -\lambda u(T), \quad \lambda \geq 0,$$

$$E = -p_{2x}, \quad \int_0^T \int_0^1 E^2 dxdt = M^2.$$

[1] Цыба В.Е. Мультипликативное управление МГД течением Гартмана // Труды института системного анализа. 2008. № 32 (1). С. 87–100.

[2] Цыба В.Е., Чеботарев А.Ю. Асимптотика оптимального управления магнитогидродинамическим течением // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2009. Т. 49. № 3. С. 482–489.

ПОСТРОЕНИЕ ПРОГРАММНЫХ УПРАВЛЕНИЙ СТОХАСТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ВЕРОЯТНОСТЬЮ 1

Е.В. Чалых *(ТОГУ, Хабаровск)*

На основе теории первых интегралов в смысле Дубко В.А. для системы стохастических дифференциальных уравнений строится система СДУ с заданным набором первых интегралов [1].

Построен алгоритм и определены условия для построения искомого множества программных управлений при произвольных начальных условиях, позволяющих оставаться с вероятностью 1 на заданном интегральном многообразии [2]. Множество первых интегралов стохастической динамической системы рассматривается как поверхность, на которой с вероятностью 1 должна находиться стохастическая управляемая система.

[1] Дубко В.А. Вопросы теории и применения стохастических дифференциальных уравнений. Владивосток: ДВО АН СССР, 1989. 185 с.

[2] Чалых Е.В. Построение программного управления стохастической системы на динамическом многообразии // Препринт. Владивосток: Ин-т прикл. мат. ДВО РАН, 2008.

АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ ПОСТРОЕНИЕ ПРОГРАММНЫХ УПРАВЛЕНИЙ ДЕТЕРМИНИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ

Е.В. Чалых *(ТОГУ, Хабаровск)*

Проблема определения программных управлений, позволяющих детерминированной системе оставаться необходимое время (в том числе, сколь угодно долгое) на динамическом многообразии решается на основе понятия первых интегралов системы дифференциальных уравнений. Множество линейно независимых первых интегралов системы дифференциальных рассматривается как инвариантное множество условий, диктующих программное развитие системы.

Предложенный алгебраический алгоритм позволяет строить непрерывное управление (множество управлений) системой

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = P(t;\mathbf{x}(t)) + D(t;\mathbf{x}(t))U(t;\mathbf{x}(t)) \qquad (1)$$

для любого времени t. Сначала исходя из условий развития системы, описывающих необходимые сохраняющиеся параметры развития, строится все множество дифференциальных уравнений, для которых данные сохраняющиеся многообразия представляют как множество первых интегралов:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = A(t;\mathbf{x}(t)) \qquad (2).$$

Правые части уравнений (1) и (2) приравнивают, как два представления для одного и того же уравнения, и алгебраически определяется вектор управления $U(t;\mathbf{x}(t))$:

$$U(t;\mathbf{x}(t)) = D^{-1}(t;\mathbf{x}(t)) \cdot (A(t;\mathbf{x}(t)) - P(t;\mathbf{x}(t))) \qquad (3).$$

Определены условия, при которых возможно применение данного алгоритма.

МЕТОД ПРОСТРАНСТВА СОСТОЯНИЙ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ СЛОЖНЫХ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

В.Л. Чечулин *(ПГУ, Пермь)*

Задача управления качеством сложных химико-технологических процессов является алгоритмически неразрешимой в том смысле, что конечное состояние процесса невозможно адекватно вычислить по его начальным и граничным условиям ввиду невозможности построить точную модель процесса и неполноты информации о процессе [1], поэтому необходимо, используя приближенные модели, некоторым образом упорядочить результаты измерений состояния процесса.

Доказано [2], что пространство с абсолютно упорядоченными друг относительно друга осями не более чем 3-х мерно, эта теорема интерпретируется (при необходимости учета 3-х параметров: а) главного параметра качества, б) главного параметра управления, в) экономического параметра) как достаточность этих 3-х измерений для описания состояния сложного химико-технологического процесса. Некоторые процессы допускают распараллеливание на независимые (параллельные) процессы. Показано существование решения задачи управления,- получения продукта заданного качества с определенной мерой вероятности при минимально возможных издержках; тем самым для широкого класса химико-технологических процессов обоснован метод пространства состояний управления качеством.

Примеры построения систем информатизации для управления качеством описаны в [1], [3].

[1] Chechulin V.L. Informatization of the process of producing formalin / Chechulin V.L., Ardavichus V.G., Kolbasina O.V. // Russian Journal of Applied Chemistry, MAIK Nauka/Interperiodica, 2008 г., vol. 81, no. 6 (июнь), pp. 1112-1116.

[2] Чечулин В.Л. Об упорядоченных структурах в теории множеств с самопринадлежностью // Вестник ПГУ, серия Математика. Механика. Информатика, г. Пермь, 2008 г., С. 37-45. (Реферат 08.11-13А.247 в РЖ Математика ВИНИТИ РАН, 2008 г. № 11, раздел А).

[3] Chechulin V.L. About informatization of distillation process for providing required

quality of product / Chechulin V.L., Pavelkin V.N., Kirin Yu.P., Masitova Yu.F., Grigalashvili V.K., Tankeev A.B. // Russian Journal of Applied Chemistry, MAIK Nauka/Interperiodica, 2008 г., vol. 81, no. 3 (март), pp. 558-564.

ПРИМЕНЕНИЕ OLAP-ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ АНАЛИЗА ФРАХТОВОГО РЫНКА

С.В. Шехунов *(ДВГУ, Владивосток)*

Современный мировой открытый фрахтовый рынок [1] - это сфера обращения специфического товара - морских транспортных услуг. Для фрахтового рынка характерны неустойчивость, стихийность развития, постоянная подверженность кризисам, оживлениям и спекулятивным факторам. Одной из особенностей мирового открытого фрахтового рынка является значительные колебания уровня фрахтовых ставок, происходящие вследствие влияния многочисленных факторов экономического, политического и природного характера.

Целью анализа текущего уровня ставок фрахта рынка является оперативное планирование деятельности брокерских компаний. Изучение активности рынка и факторов, влияющих на состояние рынка, позволяет выявить закономерности изменения ставок, делать прогнозы для стратегического планирования.

В системе CargoGuruClient [2] анализ фрахтового рынка реализован за счет набора функций многомерной отчетности, основанной на особой технологий репортинга OLAP-систем. В качестве исходных данных для отчета используется информация о фрахтовых заявках, поступающих пользователю от морских брокеров инородных компаний.

Технология OLAP [3] позволяет пользователям сформировать свое собственное видение данных, используя быстрый, единообразный, оперативный доступ к разнообразным формам представления информации.

OLAP-отчет предоставляет пользователю высоко- интерактивный способ работы с данными, позволяет углубиться в детали, легко изменять аналитические срезы путем изменения порядка следования полей, а также фильтровать данные по всем возможным сочетаниям.

[1] Акимова О.В. К вопросу изучения конъюнктуры фрахтового рынка / Одесский национальный морской университет, Украина.

[2] Шехунов С.В. Автоматизация деятельности менеджера по отфрахтованию: дип. раб / рук. к.т.н. Антонова Е.И. / ДВГУ. - Владивосток, 2008 – 114 с.

[3] Внедрение OLAP [Электронный ресурс] / Interface Ltd. - http://www.interface.ru/rtcs/cs022-14.htm

КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

ПРОГРАММА ДЛЯ ОБРАБОТКИ МНОГОКАНАЛЬНЫХ БИНАРНЫХ ФАЙЛОВ НЕОГРАНИЧЕННО БОЛЬШИХ РАЗМЕРОВ

Д.И. Боровой *(ТОИ ДВО РАН, Владивосток)*

Основной функцией программы является разбиение исследуемого многоканального бинарного файла на несколько одноканальных файлов. Большинство стандартных программ обработки могут работать с одно- либо с двуканальными бинарными файлами. При этом большинство программ ограничены размером обрабатываемых файлов. Реализованный алгоритм, использующий абстракцию потоков (streams) позволят работать с файлами произвольно большого объема, ограничение лишь на размер жесткого диска. Помимо разделения на каналы часто требуется разрезать исследуемый файл на части, размеры которых будут удовлетворительны для обработки стандартными пакетами. В противоположность предыдущей операции иногда возникает потребность объединить множество маленьких файлов одинаковой структуры в один целый файл. Обе операции невозможно реализовать стандартными программами по разделению файлов на части.

При анализе долговременных измерений, необходимо получить усредненные данные за большой период времени, поскольку данные, записанные с высокой частотой дискретизации, становятся избыточными. Реализованная программа позволяет сделать подобное усреднение по заданному количеству точек. Важным является возможность выбирать направление усреднения, в случае если файл имеет фрагментированную структуру.

При записи на определенные АЦП часто приходится сталкиваться с невозможностью подобрать удовлетворительно размер кадра и частоту дискретизации. При этом может возникнуть ситуация, когда размер кадра слишком большой и вся полезная информация содержится в начальных отсчетах кадра записываемого файла. В этом случае можно воспользоваться еще одной возможностью программы - уменьшение размера кадра. Задав исходный размер кадра и требуемый, можно получить файл в несколько раз меньший исходного. Иногда размер кадра неизвестен или файл записан без синхронизации, но необходимо обрезать файл по “синхроимпульсу” и записать после срабатывания “триггера” определенное количество данных. В этом случае можно воспользоваться функцией программы – фрагментирование. Задав пороговое значение для срабатывания триггера, количество точек накопления, а также требуемый размер кадра, можно получить аналогичный эффект как от записи синхронизированных файлов.

Алгоритмы усреднения и фрагментации не ограничены на размер обрабатываемых файлов, однако работа с многоканальными файлами не поддерживается. Но в сочетании с возможностью разбиения файлов на каналы данное ограничение легко обходится.

[1] Боровой Д.И. Программа для ЭВМ: Программа для разделения, объединения и усреднения бинарных многоканальных файлов больших размеров. Официальный бюллетень Российского агентства по патентам и товарным знакам. Рег. номер 2009610759 (3.02.2009)

[2] Боровой Д.И. Программа для ЭВМ: Программа для разделения и объединения бинарных многоканальных файлов (JoSser). Официальный бюллетень Российского агентства по патентам и товарным знакам. Рег. номер 2008613843 (12.08.2008)

АВТОМАТИЧЕСКАЯ ГЕНЕРАЦИЯ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОГРАНИЧЕНИЙ

И.В. Бураго, И.И. Шевченко *(ДВГУ, Владивосток)*

Применение компьютеров для целей автоматической генерации задач требует формализации творческого процесса решения, измерение количественных характеристик которого делает возможным выделение задач требуемой категории. В общем случае подобная формализация затруднена и зависит от предметной области.

В работе рассматривается класс задач, решение которых может быть получено по методу распространения ограничений. При этом предполагается, что искомое решение задается значениями некоторого набора переменных, удовлетворяющих требованиям задачи. Из этих требований вытекает исходное состояние — набор множеств всех допустимых значений переменных, которые затем сужаются в процессе поиска решения. Решению же соответствует конечное состояние — набор одноэлементых множеств, указывающий для каждой переменной ее конкретное значение. Таким образом, процедура решения заключается в уточнении информации об искомом решении и может включать в себя перебор большого числа промежуточных состояний.

Перемещение в пространстве состояний моделируется с помощью концепции решателя — алгоритмической процедуры, определяющей последовательность переходов между состояниями. При этом для исключения заведомо невозможных по условию задачи сочетаний значений переменных на каждом шаге последовательно используется метод распространения ограничений.

Полученная модель решения позволяет изучать свойства задач с целью их автоматической генерации. Характеристики перемещений в пространстве состояний, а также алгоритма решателя можно использовать в качестве оценок генерируемых задач. Классификация и интерпретация фрагментов траекторий, ведущих к решению, дает возможность систематизации задач по признакам, которые с трудом поддаются непосредственному измерению. Такими признаками могут быть, например, сложность решения, трудоемкость поиска, неочевидность ответа и т.п., что особенно актуально для учебных задач.

Изложенная методика иллюстрируется на примере задач криптоарифметики.

МЕТОД ГЕНЕРАЦИИ НИЗКОУРОВНЕВОГО КОДА ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ЦЕЛЕВЫХ ПЛАТФОРМ

С.Ю. Ворушин *(ДВГУ, Владивосток)*

В работе предложен метод генерации низкоуровневого кода для различных целевых платформ на основе декларативного представления знаний о целевых платформах [1-2]. Исходными данными для метода являются:

- знания о целевых платформах, хранящиеся в банке знаний о преобразованиях компьютерных программ;

- промежуточное представление компьютерной программы (Модель структурной программы - МСП).

Результатом работы метода является ассемблерный код исходной программы для выбранной архитектуры.

Метод генерации низкоуровневого кода состоит из следующих этапов:

1. Выбор соответствующей вершины дерева разбора программы согласно порядку обхода дерева МСП. Обход дерева происходит рекурсивно, т.е. каждая вершина предок вызывает функцию просмотра вершины для потомков.

2. Анализ соответствия выбранной вершины шаблонам проекций, имеющихся в базе проекций. Осуществляется поиск среди заданных проекций таких, шаблон операции промежуточного языка которых соответствует транслируемой операции.

3. Синтез команд низкоуровневого языка по их шаблонам. В процессе работы метода генерации кода, распределение регистров происходит многократно, до тех пор, пока не будет полностью сгенерирован низкоуровневый код для заданного фрагмента программы.

Работа выполнена при финансовой поддержке ДВО РАН в рамках Программы Президиума РАН "Интеллектуальные информационные технологии, математическое моделирование, системный анализ и автоматизация", проект 09-I-П2-04 «Развитие систем управления базами знаний с коллективным доступом».

[1] Клещев А.С., Князева М.А. Управление информацией о преобразованиях программ. I. Анализ проблем и пути их решения на основе методов искус-

ственного интеллекта // Изв. РАН. ТиСУ. 2005. № 5.

[2] Орлов В.А., Клещев А.С. Компьютерные банки знаний. Многоцелевой банк знаний // Информационные технологии. 2006. № 2. С. 2-8.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ БАЗЫ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ ДЛЯ ОЦЕНКИ И ПРОГНОЗА ПОЖАРНОЙ ОПАСНОСТИ ТЕРРИТОРИИ СРЕДНЕГО ПРИАМУРЬЯ

В.А. Глаголев *(ИКАРП ДВО РАН, Биробиджан)*

Для оценки и прогнозирования пожарной опасности (ПО) территории по погодным и метеорологическим условия необходимо создание соответствующих баз метеорологических данных (БМД).

Целью исследования является проектирование БМД информационной системы (ИС), предназначенной для оценки и прогноза ПО территории Среднего Приамурья.

Основные требования к БМД: 1.хранение метеоданных, необходимых для расчетов показателей ПО различными методиками; 2. возможность доступа к данным из ИС; 3. простота и удобство внедрения в различные ИС.

Нами создана многомерная реляционная модель ROLAP БМД на базе сервера баз данных MySQL 4.12. Основными составляющими являются денормализованные таблицы фактов (Fact Table) и измерений (Dimensions Tables). Таблицы фактов, содержат данные о метеостанциях, а таблицы измерений хранят фактические и прогнозируемые метеоданные (среднесуточные температуры воздуха и точки росы, суточный объем осадков) пожароопасных сезонов.

БМД содержит метеорологические данные по 27 метеостанциям Среднего Приамурья за период 1960-2009 г, что позволяет использовать их для прогноза ПО на территории.

Особенностью созданной БМД является возможность расширения с помощью модулей банков данных, географических ИС, а также веб - порталов для распределенного анализа метеоданных и осуществления оперативного принятия решения лесоохранными организациями и службами.

Таким образом, БМД является основным компонентом ИС «Автоматизированная оценка и прогноз ПО», позволяющая рассчитывать критерии ПО, составлять кратко - и долгосрочные прогнозы ПО различной заблаговременностью, создавать электронные карты распределения показателей ПО.

ЛИНГВИСТИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ

М.А. Гузев *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*, **М.А. Князева** *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*, **И.И. Москалев** *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

Статистические закономерности языка изучались многими исследователями. Было обращено внимание на хорошее согласие с законом Ципфа для частоты встречаемости слов в частотных словарях. В.П. Масловым были выведены формулы, которые точнее, чем закон Ципфа, описывают соотношение между частой и рангом слов в словаре (см. [1] и ссылки в ней). В.П. Маслов предложил распространить полученную формулу на произвольные знаковые объекты. Это позволяет использовать подход [1] для исследования компьютерных программ.

В данной работе был проведен анализ исходных кодов восьми программ, с открытыми исходными кодами на языке Java: Tomcat, JDBC PostgreSQL, JDOM, Xalan, Rhino, FreeMarker, Curn, Rome [2-9]. Тексты программ были разбиты на лексемы, из полученных данных был составлен частотный словарь, где каждой лексеме была сопоставлена частота встречаемости ее в тексте программы. Далее этот словарь был упорядочен по убыванию частоты лексем и выполнен анализ зависимости между частотой и порядковым номером лексемы в словаре.

В работе показано, что зависимость ранга лексемы от ее частоты встречаемости в тексте компьютерной программы может быть аппроксимирована с помощью формул, предложенных в [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке проекта НШ 2810.2008.1.

[1] Maslov V.P. Quantum Linguistic Statistics // Russian Journal of Mathematical Physics. 2006. Vol. 13, No 3. PP. 315-325.

[2] http://tomcat.apache.org/

[3] http://jdbc.postgresql.org/

[4] http://www.clapper.org/software/java/curn/

[5] https://rome.dev.java.net/

[6] http://xml.apache.org/xalan-j/

[7] http://www.jdom.org/

[8] http://freemarker.org/

[9] http://www.mozilla.org/rhino/

ПРОЕКТ СИСТЕМЫ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА РАБОТЫ АЛГОРИТМОВ ФИЛЬТРАЦИИ ОБЛАЧНОСТИ НАД ПОВЕРХНОСТЬЮ ОКЕАНА ДЛЯ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ИСЗ

С.Е. Дьяков *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

Задача фильтрации облачности для метеорологических искусственных спутников Земли остается актуальной на протяжении последних тридцати лет. Постоянный рост потребностей пользователей, расширение их круга, увеличение объема решаемых с помощью данных дистанционного зондирования задач делает качественное решение данной задачи все более и более сложным.

Основная проблема создания или выбора алгоритма фильтрации облачности — оценка качества работы предлагаемого алгоритма, сопоставление результатов работы нескольких алгоритмов, оценка действительной эффективности и непротиворечивости выполняемых по требованию пользователей коррекций алгоритмов фильтрации.

В докладе описывается создание системы оценки и сопоставления качества работы алгоритмов фильтрации облачности и оценки точности восстановления температуры поверхности океана на основе создания значительной (около 30000 измерений) БД совместных дистанционных и непосредственных измерений температуры поверхности океана и средств, позволяющих проводить статистический анализ результатов работы алгоритма фильтрации облачности.

При этом для каждого алгоритма фильтрации должна указываться ожидаемая точность восстановления ТПО, а система должна позволять пользователю определять качество фильтрации, автоматически рассчитывая, для заданных наборов данных, основные характеристики фильтрации — степень достоверности и степень полноты фильтрации. При этом достоверность является отношением числа «истинных» точек прошедших фильтрацию, к общему числу точек прошедших фильтрацию, а полнота — отношение числа «истинных» точек прошедших фильтрацию к общему числу «истинных» точек.

Ожидается, что наличие такого средства позволит повысить качество фильтрации облачности, создать средства оценки точности генерируемых на основе данных дистанционного зондирования оценок ТПО.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 08-07-00227-а.

ОНТОЛОГИЯ ОПИСАНИЯ РЕСУРСОВ И КОМАНД МИКРОПРОЦЕССОРА

М.В. Жеравин, М.А. Князева *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

Онтология целевых платформ предназначена для описания моделей целевых платформ в представлении, позволяющем осуществлять генерацию низкоуровневого кода описываемой платформы с помощью метода многоцелевой генерации [1]. Часть онтологии, описывающая возможности микропроцессора, включает в себя:

1. Термины для описания ресурсов микропроцессора.
2. Термины для описания команд микропроцессора

Термины для описания ресурсов процессора.

Определяется базовая логическая структура микропроцессора. К ресурсам процессора относятся регистры и флаги, вычислительные блоки и конвейеры команд.

Введено понятие *Класс Регистров.* Один класс процессора может включать в себя множество регистров. Один регистр может принадлежать одному или нескольким классам. Отдельно и независимо от регистров определяются флаги процессора. Назначение флагов и способы их применения определяются в описании команд, поэтому отдельно не описываются. Блоки процессора и конвейеры применяются для низкоуровневой оптимизации на суперскалярных архитектурах. Генератор кода стремится задействовать разные блоки для расположенных последовательно команд.

Термины для описания команд процессора.

Введено понятие *Класс Команды*. Необходимость данного понятия основывается на утверждении, что в момент генерации кода для некоторого участка исходной программы известно, какую задачу должен решать процессор. Специалист указывает для каждой команды какие задачи призвана она решать, определяя ее принадлежность к одному из 5 классов команд. Для каждого из классов команд определены дополнительные, характерные только для этого типа, параметры.

Преимущества предложенного подхода: возможность описывать модели с помощью редактора знаний; описание целевой платформы разделено на описание команд и проекций; присутствуют понятия классов команд, что существенно упрощает реализацию будущих расширений для генератора.

[1] Князева М.А., Жеравин М.В. Генерация низкоуровневого кода, управляемая знаниями // Информационные технологии. 2007. № 10. С. 7-12.

УПРАВЛЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫМИ ЭКСПЕРИМЕНТАМИ

А.С. Кленин *(ДВГУ, Владивосток)*

Проведение вычислительных экспериментов является фундаментальной составляющей процесса математического моделирования. При решении различных задач подбор параметров и инженерное применение математической модели требуют проведения большого числа таких экспериментов. Возможности современных вычислительных систем позволяют проводить их за приемлемое время, составляющее от секунд до часов на эксперимент. «Узким» местом является ограниченная способность пользователя к запоминанию параметров, восприятию и сравнению результатов моделирования.

Это присуще многоуровневым прикладным моделям, содержащим десятки скалярных и векторных параметров. Получаемые для них результаты моделирования могут иметь сложную для интуитивного восприятия структуру, например распределение концентрации нескольких химических элементов в участке земной коры.

Другая проблема вызвана большим количествов параметров в сочетании с неразвитыми средствами их ввода и хранения. Это приводит к парадоксальным ситуациям, когда полученный в вычислительном эксперименте результат не может быть повторен ни самим экспериментатором, ни тем более независимыми исследователями.

Таким образом, возникает задача создания системы автоматизированного управления вычислительными экспериментами, обладающей функциями: представления структуры эксперимента как системы взаимосвязанных моделей и алгоритмов; учета и хранения исходных данных и параметров различного типа, а также истории их изменений; выполнение экспериментов, в том числе требующих больших вычислительных затрат; обеспечение воспроизводимости; хранение, визуализация и классификация результатов; поиск по различным критериям.

Под техническим руководством автора разработана система «Геотом», в значительной степени удовлетворяющая перечисленным требованиям и успешно применяющаяся для прогнозирования рудных месторождений в различных регионах РФ. Система ориентирована на задачи геохимического моделирования, что определило особенности используемых данных, алгоритмов и методов визуализации.

Концепции и интерфейсные решения, принятые в системе, могут быть напрямую перенесены на другие области применения. Модульное построение исходного кода позволяет эффективно выполнить такой перенос.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ ПЕРЕМЕННЫХ НАБОРОВ ТРАНСФОРМАЦИЙ КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ

М.А. Князева *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

На основе теоретических моделей программ сформулировано и обосновано большое число их преобразований. Одним из подходов к преобразованиям программ является трансформационный подход, при котором разрабатываемая программа создается путем преобразования из других программ за счет применения набора трансформаций [1].

Однако, общий метод построения набора трансформаций отсутствует, поэтому наборы строятся на эвристической основе. Исследования эффективности применения одного фиксированного набора трансформаций при заданной стратегии их применения проводились неоднократно. Проведение исследований эффективности переменных наборов преобразований программ связано с рядом проблем.

В работе предложен метод оценивания переменных наборов трансформаций компьютерных программ. Эксперименты проводятся над компьютерной программой, набором элементарных трансформаций программ и переменной стратегией управления трансформациями. Приведены описание экспериментальной установки - преобразователя программ, формулы, лежащие в основе метода и результаты анализа экспериментов. Определяется наилучший порядок элементарных трансформаций компьютерных программ на заданном наборе элементарных трансформаций и изменяемой стратегией управления трансформациями.

Работа выполнена при финансовой поддержке ДВО РАН в рамках Программы Президиума РАН “Интеллектуальные информационные технологии, математическое моделирование, системный анализ и автоматизация”, проект 09-I-П2-04 «Развитие систем управления базами знаний с коллективным доступом».

[1] Касьянов В.Н., Евстигнеев В.А. Графы в программировании: обработка, визуализации и применение. СПб.: БХВ Петербург, 2003. 1104 с.

АВТОМАТИЗАЦИЯ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЦИФРОВЫХ ОСЦИЛЛОГРАФОВ LECROY

А.А. Король *(ДВГУПС, Хабаровск)*

Современные цифровые осциллографы обладают рядом преимуществ в сравнении с аналоговыми, особенно в области автоматизации ([1]). Автоматизация при обработке сигналов является одной из важнейших задач, поскольку позволяет значительно повысить производительность и минимизировать влияние <человеческого фактора>.

В процессе разработки программного обеспечения [2] был создан специализированный программный комплекс, позволяющий комбинировать различные способы и средства обработки сигналов, одновременно предоставляя возможность сохранять результаты в необходимых форматах - базах данных, электронных таблицах, текстовых документах. В комплекс входит специальный модуль, который производит управление и обмен данными с цифровым осциллографом LECROY, являясь посредником между ним и остальными частями комплекса.

Основой программного комплекса по автоматизации обработки сигналов является набор библиотек и модулей для различных языков программирования и математических пакетов, позволяющий в процессе обработки организовать взаимодействие между несколькими программами, математическими пакетами и базами данных одновременно. Простота интерфейсов реализованных подпрограмм позволяет минимизировать затраты на адаптацию и включение во взаимодействие уже существующих программ.

На данный момент реализованы модули для языков программирования C/C++, Pascal, Fortran; для математических пакетов Matlab, Matcad, Maple; для приложений Microsoft Office и OpenOffice, а так же универсальный SQL-модуль.

[1] Ханс-Петер Флайшхойер (Hans-Peter Fleischheuer) Цифровой осциллограф - новые возможности регистрации сигналов. - пер. с англ. - ИРВИС [Электронный ресурс] - режим доступа: http://www.irvispress.ru/cgi/index/electronics/instrument/tektronix-dpo

[2] Кондратьев А.И., Король А.А. Программное обеспечение установки для комплексного измерения акустических величин. // Межрегиональная научно-практическая конференция «Информационные и коммуникационные технологии в образовании и научной деятельности»: материалы конференции. - Хабаровск: изд-во Тихоокеан. гос. Ун-та, 2008. С. 298-303.

РЕАЛИЗАЦИЯ МНОГОПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКОЙ СИСТЕМЫ ПОДДЕРЖКИ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ПЕРСОНАЛОМ

Н.А. Лялякин, А.М. Гончарук, М.Ю. Хлебников, С.В. Немцев, Е.И. Антонова *(ДВГУ, Владивосток)*

Проблема контроля ненадежности персонала в настоящее время не имеет общедоступных многопользовательских интеллектуальных реализаций. В данной работе предлагается сетевое решение, построенное на централизованной архитектуре «клиент-сервер» - автоматизированная система интеллектуальной поддержки организатора рабочего процесса при управлении персоналом. Разрабатываемая система нацелена на решение проблем, связанных с ненадежностью людей как объектов управления - субъекту управления необходимо, зная особенности своих сотрудников, так оптимально организовать рабочий процесс, чтобы проявлений ненадежности сотрудников не было вообще, или они были бы легко предсказуемы и предотвратимы.

Архитектура «клиент-сервер» в контексте разрабатываемой системы используется для организации выделенных физических и логических серверов, осуществляющих интеллектуальную работу по поддержке при управлении персоналом, и «клиентов» - персонала, с которым через пользовательский интерфейс по сетевым протоколам взаимодействует разрабатываемая система.

Разработка системы ведется с учетом тенденции перехода к пространству IPv6 сетевых адресов, архитектура системы и требования к ней строятся с учетом интеграции «клиентской» части в мобильные устройства, а так же использования протоколов передачи информации HTTP, TCP/IP, SMTP и POP3. В рамках выбранной архитектуры и применяемых протоколов предложены несколько способов функциональной организации системы, предполагающих модульную структуру серверных служб, в том числе серверы e-mail, SMS и сервер, предоставляющий доступ к системе через веб-интерфейс браузеров клиентских компьютеров.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА СВОЙСТВ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ПРОГРАММ

М.С. Маевский *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

В работе [1] предложены алгоритмы поиска участков экономии и их трансформации для системы преобразования программ. Поскольку сложность предложенных алгоритмов невозможно достоверно оценить теоретически, было проведено экспериментальное исследование. В ходе исследования также выяснялась целесообразность использования онтологоориентированного подхода и эффективность предложенных преобразований программ.

Введем обозначения. Пусть $p \in P$ – программа из множества исходных программ $P = \{p_1, \ldots, p_m\}$, а $t \in T$ – преобразование из множества преобразований $T = \{t_1, \ldots, t_n\}$, где m – количество программ, участвующих в эксперименте, а n – количество преобразований. Каждое преобразование состоит из формулы контекстного условия и формулы трансформации.

Согласно плану экспериментального исследования, для каждой программы из Р было найдено по одному участку экономии (УЭ) для всех преобразований из Т и трансформированы. При этом поиск велся либо до нахождения УЭ, либо до окончания поиска, если УЭ отсутствовал. В процессе исследования измерялось время, затраченное стендом (тестовым компьютером) на выполнение поиска УЭ и их трансформацию.

По результатам исследования было установлено что алгоритм поиска участков экономии обладает оценкой временной сложности $O((KM_K)K + M)$, где K - количество элементов формулы; M - количество фрагментов МСП [1], допущенных к разбору; M_K - количество фрагментов для соответствующего K. Для алгоритма трансформации УЭ была установлена сложность $O(n)$, где n - размер формулы трансформации.

Для выяснения эффективности предложенных преобразований, над каждой программой из Р выполнялись произвольные наборы преобразований из T. При этом каждое преобразование выполнялось до устранения условий их применимости.

По результатам исследования установлена применимость рассматриваемых преобразований к реальным программам (части библиотек компрессии и математических методов). Таким образом, правомерно говорить об эффективности предложенных преобразований.

Работа выполнена при финансовой поддержке ДВО РАН в рамках Программы Президиума РАН "Интеллектуальные информационные технологии, математическое моделирование, системный анализ и автоматизация", проект 09-I-П2-04 «Развитие систем управления базами знаний с коллективным доступом».

[1] Князева М.А., Маевский М.С. Проверка контекстных условий и поиск участков экономии в системе преобразований программ // Информационные технологии. 2007. № 12. С. 70-73.

ОЦЕНКА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО КЛАСТЕРА НА ЧЕТЫРЕХЪЯДЕРНЫХ ПРОЦЕССОРАХ

С.И. Мальковский *(ВЦ ДВО РАН, Хабаровск)*

При введении в эксплуатацию новых вычислительных систем необходимо уделять должное внимание оценке их производительности. Особенно необходима такая оценка для вычислительных кластеров. Это позволяет оценить возможности развертываемого оборудования, выбрать подходящие параллельные технологии, компиляторы и другое программное обеспечение.

В докладе обсуждаются результаты проведенных экспериментов для пяти новых двухпроцессорных узлов Sun Blade X6250 Server вычислительного кластера ВЦ ДВО РАН с пиковой производительностью 480 GFlops, построенных на четырехядерных процессорах Intel Xeon E5450 (3 GHz) с памятью 16 GB на каждом.

При тестировании использовалось программное обеспечение Intel Cluster Toolkit, библиотека Intel MPI, компиляторы Intel с поддержкой технологии OpenMP.

Общая производительность нового сегмента составила 305 GFlops по тесту Linpack. В докладе также приведены результаты исследования производительности средствами IMB и NPB. Проведена оценка масштабируемости вычислительного кластера с использованием текущей сетевой инфраструктуры. Выполнено сравнение эффективности применения технологий MPI и OpenMP в пределах одного узла вычислительного кластера.

[1] Щерба С.И., Пересветов В.В. Сравнительный анализ эффективности программного обеспечения для вычислительных кластеров / Межрегиональная научно-практическая конференция «Информационные и коммуникационные технологии в образовании и научной деятельности» (г. Хабаровск, 21-23 мая 2008). Материалы конференции. - Хабаровск: Изд-во Тихоокеанского. гос. ун-та, 2008. С. 363-369.

ПРАКТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ БЕЗОПАСНОЙ КОРПОРАТИВНОЙ СЕТИ

А.А. Парошин *(ДВГУ, Владивосток)*

Современные крупные предприятия и корпорации все чаще сталкиваются с требованиями соответствия своих информационных систем определенным стандартам информационной безопасности (ИБ). На уровне сетевой безопасности для этого обычно достаточно заявить и обеспечить статус безопасной и доверенной архитектуры корпоративной сети. Это необходимо как для безопасного электронного взаимодействия с клиентами, партнерами, так и для сетевой работы с конфиденциальной информацией. Особо актуально это требование для компаний, занимающихся электронной коммерцией.

Проблемой подбора практичных и эффективных методов реализации ИБ является закрытость методологий и готовых решений. Для компаний, оказывающих консалтинговые услуги в данной области - это «ноу-хау», а для компаний информация об используемых ими решениях в области ИБ обычно относится к коммерческой тайне.

В качестве решения предлагается использовать комбинацию требований наиболее популярных открытых стандартов и хороших практик ИБ: ISO/IEC 27001 [1], ISO/IEC 27002 с методологией Cisco SAFE [2], созданной компанией Cisco Systems Inc. на основе стандарта IETF - RFC 2196 «Site Security Handbook».

При этом подходе алгоритм построения безопасной сети будет следующим: описание пожеланий бизнес-заказчика (требований бизнес- процессов); оценка рисков ИБ; согласно ISO/IEC 27001 построение Политики ИБ, минимизирующей выявленные риски; создание системы обеспечения ИБ (СОИБ) через описание архитектуры сети согласно Cisco SAFE и выбор из ISO/IEC 27002 необходимых средств и методов реализации Политики ИБ; техническая реализация СОИБ выбором и вводом в эксплуатацию конкретных продуктов и услуг ИБ; реализация организационных мероприятий СОИБ, а также мероприятий по управлению СОИБ (оценка ее эффективности и регулярный пересмотр).

Использование описанного подхода позволяет с минимальными затратами получить модель корпоративной сети требуемого уровня ИБ.

[1] Международный стандарт ISO/IEC 27001:2005 «Информационные технологии - Технологии безопасности - Система управления информационной безопасностью - Требования».

[2] Решения компании Cisco Systems по обеспечению безопасности корпоративных сетей. М.: Cisco Press, 2003.

СИСТЕМА НЕЙРОСЕТЕВОГО МОНИТОРИНГА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО КЛАСТЕРА НА ЯЗЫКЕ JAVA

А.В. Писарев *(ВЦ ДВО РАН, Хабаровск)*

Система мониторинга является неотъемлемым компонентом системного программного обеспечения вычислительного кластера. Отслеживание уровня загрузки, а также неисправностей, связанных с работой оборудования, необходимо для поддержания высокой отказоустойчивости. В докладе описана система мониторинга с использованием искусственных нейронных сетей.

Система мониторинга, описанная в [1], реализована на языке C++. Здесь представлена усовершенствованная версия системы на языке Java. Достоинство программ написанных на Java в их полной независимости от операционной системы и оборудования. Данные о состоянии узлов берутся от Ganglia. После этого, они преобразуются и передаются на вход нейронной сети, которая относит текущее состояние кластера к определенному классу. В текущей реализации используется 5 классов, однако их число можно изменить. При невозможности отнести текущее состояние к определенному классу, система способна дообучиться «на лету». В качестве основы для построения нейронной сети был выбран JOONE (Java Object Oriented Neural Engine). Он реализует модульную архитектуру, основанную на возможности связывания различных компонент, которые могут быть расширены для построения новых архитектур нейронных сетей. Система мониторинга запрограммирована таким образом, что нейронная сеть легко может быть заменена.

На вычислительном кластере ВЦ ДВО РАН успешно испытана трехслойная сеть прямого распространения с логистической функцией активации. Разработанная система мониторинга способна работать как на самом вычислительном кластере, так и удаленно на отдельном узле.

[1] Писарев А.В., Пересветов В.В. Нейросетевые компоненты мониторинга вычислительного кластера / Межрегиональная научно-практическая конференция «Информационные и коммуникационные технологии в образовании и научной деятельности». Материалы конференции. - Хабаровск: Изд-во Тихоокеанского. гос. ун-та, 2008. С.319-323.

АДМИНИСТРИРОВАНИЕ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ В СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОМ БАНКЕ ЗНАНИЙ О ПРЕОБРАЗОВАНИЯХ ПРОГРАММ

С.А. Плохих *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

Специализированный банк знаний о преобразованиях программ (СБкЗ_ПП) является распределенной системой для исследования процесса преобразования компьютерных программ [1]. Банк знаний разрабатывается, как клиент-серверное приложение, с возможностью работы с любой рабочей станции, подключенной к сети Интернет. СБкЗ_ПП дает возможность сразу нескольким пользователям работать одновременно, используя свое личное пространство и общие ресурсы.

Общими ресурсами являются программные модули для исследования преобразований программ, каталоги оптимизирующих преобразований (ОП), редакторы для ввода новых программ и редактирования ОП, пространство для хранения персональных данных пользователя, вычислительные возможности сервера. Для предотвращения потери данных, сохранения базовых знаний СБкЗ_ПП, для управления доступом и правами пользователей необходима персональная административная система.

В связи с тем, что Многоцелевой Банк Знаний [2] уже содержит свою административную систему, ряд задач, таких как использование только определенного СБкЗ, предотвращение несанкционированного доступа в среду МБкЗ уже решены. Персональная административная система берет на себя такие полномочия: персонализация пользователям их рабочего пространства; ограничение на уровни используемой информации в СБкЗ_ПП; принадлежность к внутренним группам пользователей; наделение полномочиями пользователей; идентификация пользователей; ведение каталога пользователей и статистических данных по пользователям.

Работа выполнена при финансовой поддержке ДВО РАН в рамках Программы Президиума РАН "Интеллектуальные информационные технологии, математическое моделирование, системный анализ и автоматизация", проект 09-I-П2-04 «Развитие систем управления базами знаний с коллективным доступом».

[1] Клещев А.С., Князева М.А. Управление информацией о преобразованиях программ. I. Анализ проблем и пути их решения на основе методов искусственного интеллекта // Изв. РАН. ТиСУ. 2005. № 5.

[2] Орлов В.А., Клещев А.С. Компьютерные банки знаний. Многоцелевой банк знаний // Информационные технологии. 2006. № 2. С. 2-8.

ОРГАНИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ МОНИТОРИНГА КОМПЬЮТЕРНОЙ СЕТЬЮ

И.В. Серков *(ДВГУ, Владивосток)*

Сервис [1] - это любое программное или аппаратное обеспечение предоставляющее возможность выполнения некоторых функций, например: почтовый сервис, сетевой принтер, программное обеспечение, которое установлены на компьютере. Под компьютерной сетью обычно понимается объединение всех таких сервисов. Поддержание сети даже среднего размера в работоспособном состоянии является достаточно трудной задачей. Для ее решения используется специальное программное обеспечение - системы мониторинга и управления сетевыми сервисами. Эффективность системы мониторинга [2] зависит не только от программной реализации и протокола мониторинга, но и от размеров сети, которой ей приходится управлять [3]. Рассматриваются существующие системы мониторинга с точки зрения их эффективности. Предлагается новая модель системы мониторинга. Описывается реализаций этой модели при организации системы мониторинга сети Института математики и компьютерных наук Дальневосточного госуниверситета.

[1] SOA [Электронный ресурс].
URL: http://www.oasis-open.org/committees/tc_home.php?wg_abbrev=soa-rm (дата обращения 28.04.2009).

[2] Choi M.-J., Hong J.W., Ju H.-T. // ETRI Journal. 2003. Vol. 25. No. 6. Pp. 445-463.

[3] SNMP [Электронный ресурс]. URL: http://www.snmp.com/protocol/ (дата обращения 23.04.2009).

СОЗДАНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ ИНСТРУМЕНТОВ ДИАГНОСТИКИ И МОНИТОРИНГА РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

А.А. Сорокин, С.П. Королев, С.В. Макогонов, Т.С. Шаповалов *(ВЦ ДВО РАН, Хабаровск)*

Архитектура распределенных информационных систем подразумевает использование целого набора разнородных компонент - общего и специального программного обеспечения, вычислительных элементов, систем хранения и передачи информации, интегрированных на единой платформе. Важным связующим звеном в такой инфраструктуре являются сети передачи и хранения информации. К ним можно отнести Storage Area Network (SAN), высокоскоростную коммутируемую сеть передачи данных на основе протокола Fibre Channel, оптимизированного для надежного и высокоскоростного обмена данными между серверами и приложениями потребителями информации. Интеграция IP сетей и SAN формирует гибкую и многоуровневую среду для качественно нового уровня функционирования подсистем сбора, хранения и доступа в рамках распределенных информационных комплексов.

Рост объема передаваемых данных и сложные маршруты их доставки, усложняют процесс мониторинга и диагностики состояния всех элементов единой системы, оценки ее функционирования. Существующие средства (NetFlow Tracker, Nagios) позволяют эффективно решать соответствующие задачи лишь в рамках своей зоны ответственности. Анализируя метрики систем мониторинга по каждому элементу системы (хранилище данных, сервера, системы коммуникаций и информационной безопасности и т.д.) используя различные протоколы (SNMP, Netflow) и системные журналы (Syslog, SUN CMM, IPMI), отдельные программные приложения формируют набор результатов, общий вывод по которым приходится осуществлять вручную. Такие меры в значительной мере замедляют отработку по проблемам, к тому же подвержены влиянию человеческого фактора.

Консолидируя на единой платформе первичные данные состояния

устройств системы и каналов связи, мы можем достичь не просто комплексного подхода в анализе такой информации, но и корреляции событий по различным характеристикам и направлениям (потоки данных, состояние оборудования, безопасность и т.п.). На основе обработанных данных система должна формировать и поддерживать в актуальном состоянии карту сети, вести историю ее состояний, формировать рекомендации по решению возникающих внештатных ситуаций.

На базе Вычислительного центра ДВО РАН создан Центр хранения и обработки данных, в состав которого входят две компоненты Sun Blade 6000 с 13 серверными лезвиями, хранилище данных Sun StorageTek 6140 и коммутатор SAN Cisco MDS 9216i. Региональный узел Корпоративной сети ДВО РАН, функционирующий на базе ВЦ ДВО РАН, обеспечивает высокоскоростной обмен данными, как рамках сети всего Отделения, так и в рамках глобальной сети Интернет.

Сотрудниками Лаборатории Информационно-телекоммуникационных систем ВЦ ДВО РАН ведутся работы по проектированию и разработке системы диагностики и мониторинга распределенных информационных систем сетей с учетом вышеизложенных принципов. Целью этих работ является создание высоконадежной и безопасной интегрированной корпоративной платформы для информационных ресурсов.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОТКРЫТОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ НА ВЦ ДВО РАН

А.Г. Тарасов *(ВЦ ДВО РАН, Хабаровск)*

Вычислительный центр ДВО РАН использует открытое программное обеспечение и открытые стандарты для ряда своих сервисов, а также для обеспечения научной деятельности сотрудников. Согласно результатам регулярно проводящихся на ВЦ тестов, такое ПО в должной мере обладает функционалом, необходимым для решения большей части повседневных задач пользователя, в том числе научных расчетов.

Одним из важных сервисов, который предоставляет ВЦ ДВО РАН, является использование вычислительных кластеров в режиме удаленного доступа. Основное программное обеспечение данных кластеров распространяется в открытом коде (ОС CentOS Linux, Globus Toolkit, GNU compiler collection, PBS TORQUE, OpenMPI и др.). Для ряда задач, а также достижения максимально эффективного использования возможностей аппаратного обеспечения используется также проприетарное программное обеспечение, например Intel Cluster Toolkit и т. п. В докладе представлена информация по производительности ПО созданного с помощью открытого и проприетарного компиляторов.

Сетевые сервисы в основном реализованы на серверах под управлением Linux (44докладе приведена информация по используемым сервисам и решаемым с их помощью задач.

Пользователю предоставляется широкий выбор программ для выполнения научных расчетов: ScaLAPACK, BLAS, SAGE, ABINIP и другие, в том числе с поддержкой параллельных вычислений. Учебные курсы для подготовки специалистов в ряде случаев включают главы, посвященные решениям на базе открытого ПО.

Рабочие станции ряда лабораторий работают под управлением различных дистрибутивов Linux и FreeBSD. За 6 лет доля рабочих станций под управлением открытых ОС увеличилась с 2 до 23 процентов. ВЦ прогнозирует увеличение доли открытого ПО на своих рабочих станциях.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИИ НА ОСНОВЕ ПРОЕКЦИЙ ГРАФОВЫХ СТРУКТУР

В.А. Тимченко *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

Компьютерная обработка информации является одним из критических видов деятельности в большинстве прикладных областей. Этот вид деятельности включает задачи по получению, инженерии, использованию различных видов данных и знаний. При обработке информации могут изменяться формат ее представления (структура, модель, язык), интерпретация, уровень детализации. Задачи преобразования разных видов информации в основном рассматриваются как самостоятельные, методы их решения разрабатываются независимо. При создании макетов для проверки этих методов часто выбирается специфическое представление информации. Получаемые системы оказываются несовместимыми между собой, замыкаются на своих предметных областях. Для решения задач преобразования информации, возникающих на стыке предметных областей, приходится разрабатывать новое программное обеспечение.

Графовые структуры широко используются для представления деревьев абстрактного синтаксиса программ, описания структуры объектных моделей документов, структур данных предметной области. Основная идея подхода состоит в том, чтобы представить исходный и целевой виды информации в виде графа, описание которого включает в себя:

- определение множества понятий описываемой предметной области (вершины графа);

- определение множества направленных бинарных отношений (дуги графа), в которых понятия между собой состоят;

- дополнительная информация о понятии или отношении может быть задана посредством множества атрибутов, связанных с этим понятием или отношением.

Если необходимо текстовое представление информации, то фиксируется связь графовой модели с элементами конкретного синтаксиса.

Эта связь определяет содержание правильных конструкций языка текстового представления этого графа с точки зрения синтаксиса этого языка.

Семантика преобразования задается описанием проекции графовой структуры исходного представления информации на графовую структуру целевого представления. Описание проекции фиксирует множество соответствий между фрагментами исходной и целевой графовых структур. Для описания проекций разработан язык описания структурных проекций [1].

Практическое применение прототипа продемонстрировало его работоспособность при решении ряда прикладных задач. Он используется в качестве модуля системы преобразований программ[2], выполняющего задачи компилятора переднего плана и перевода программ с одного процедурного языка на другой. Прототип поддерживает языки Паскаль, С, язык моделей структурных программ.

Работа выполнена при финансовой поддержке ДВО РАН в рамках Программы Президиума РАН "Интеллектуальные информационные технологии, математическое моделирование, системный анализ и автоматизация проект 09-I-П2-04 "Развитие систем управления базами знаний с коллективным доступом".

[1] Knyazeva M.A., Timchenko V.A. Ontology-based model of representation of knowledge about language mappings // International Book Series "INFORMATION SCIENCE & COMPUTING Number 5. Supplement to the International Journal "INFORMATION TECHNOLOGIES & KNOWLEDGE Bulgaria, Sofia: FOI ITHEA. - 2008. - Vol. 2. - PP. 111-118 - ISSN: 1313-0455 (printed), 1313-048X (online), 1313-0501 (CD/DVD).

[2] Князева М.А. Преобразования программ с переменным набором трансформаций. Монография. - Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та, 2008. 208 с.

АВТОМАТИЧЕСКИЙ ВЫБОР ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ПРОГРАММ С ПЕРЕМЕННЫМ НАБОРОМ ТРАНСФОРМАЦИЙ В СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОМ БАНКЕ ЗНАНИЙ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ПРОГРАММ

Э.Б. Цой *(ДВГУ, Владивосток)*

В Институте Автоматики и Процессов Управления ДВО РАН (ИАПУ ДВО РАН) разработан Многоцелевой Банк Знаний (МБкЗ) [1]. Одним из направлений развития МБкЗ является специализированный банк знаний о преобразованиях программ (СБкЗ_ПП) [2]. СБкЗ_ПП содержит знания, основанные на онтологиях, по преобразованию программ. Банк знаний состоит из Информационного Наполнения (ИН), которое содержит знания и данные, и Программного Наполнения (ПН), содержащего различные программные подсистемы. Преобразователь программ СБкЗ_ПП получает на вход программу в терминах онтологии модели структурных программ - МСП, сведения о необходимых преобразованиях из баз знаний, и по завершении обработки выдает преобразованную программу и сведения о применении преобразований - историю преобразований программ.

В текущей версии пользователь задает последовательность трансформаций, и самостоятельно выбирает стратегию преобразований программ, для оптимизации входной программы. Выбор правильной стратегии и правильной последовательности трансформаций является сложной задачей, решение которой требует большого времени и множества экспериментов. Эта проблема является общей проблемой при разработке оптимизирующих компиляторов, и ее решение в рамках СБкЗ_ПП имеет принципиальное значение для технологии построения высококачественных оптимизирующих компиляторов.

В данной работе разработана концепция средств автоматического выбора оптимальных стратегий преобразований программ с переменным набором трансформации в СБкЗ_ПП. Рассмотрены методы и средства быстрого выбора оптимальных стратегий преобразований программ из множества заданных стратегий преобразований. Доступ к разрабатываемым средствам осуществляется через сеть Интернет.

[1] Орлов В.А., Клещев А.С. Компьютерные банки знаний. Многоцелевой банк знаний // Информационные технологии. 2006. № 2., с. 2-8.

[2] Князева М.А. Преобразования программ с переменным набором трансформаций. Монография. - Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та, 2008.-208 с.

МАСШТАБИРУЕМОСТЬ СИСТЕМЫ ПЛАНИРОВАНИЯ, ОСНОВАННОЙ НА ГЕНЕТИЧЕСКОМ АЛГОРИТМЕ ДЛЯ GRID

Т.С. Шаповалов *(ВЦ ДВО РАН, Хабаровск)*

Планирование — процесс распределения вычислительной работы между процессорами с целью уменьшения общего времени выполнения заданий. Для достаточно сложных задач составления расписаний число вариантов возможных назначений на процессоры столь велико, что решение методом перебора получить за приемлемое время невозможно. В общем случае указанный вид задач является NP-полными.

Разработана система планирования заданий для GRID, использующая при поиске расписаний алгоритм, основанный на генетическом алгоритме. Особенностьюсоставления расписания для GRID является учет характеристик программного и аппаратного обеспечения гетерогенных ресурсов.

Пользователь описывает задания в отдельных файлах на языке JSDL и отсылает их системе планирования.

Каждый определенный период времени происходит поиск расписания для заданий в очередях.

Исследуемая система включает сервер планирования и вычислительные модули. Последние могут быть запущенны на отдельных узлах сети. Вычислительные модули, оперируя отдельными подпопуляциями реализуют островную модель генетического алгоритма.

Взаимодействие между удаленными компонентами системы осуществляется по протоколу TCP.

В докладе исследуется масштабируемость системы планирования для различного числа ресурсов РГВС, заданий в очередях и вычислительных узлов, на которых запускаются вычислительные модули. Результаты экспериментов показали полиномиальную степень сложность алгоритма первой степени.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЯ В ЗАДАЧЕ ОБНАРУЖЕНИЯ СЛАБОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА ПРИ НАЛИЧИИ АДДИТИВНОЙ ПОМЕХИ

К.В. Шлюфман, Б.Е. Фишман *(ИКАРП ДВО РАН, Биробиджан)*

Предложен робастный алгоритм обнаружения слабого гармонического сигнала мало чувствительный к изменению вида распределений аддитивной помехи. Сигнал представляется конечным числом значений на равномерной сетке. Вид распределения помехи полагается неизвестным. В качестве основной гипотезы, проверяемой алгоритмом, принимается утверждение о том, что полезным сигналом является гармоническая составляющая с неизменными во времени параметрами. Альтернативная гипотеза - полезный сигнал отсутствует или не является гармоническим колебанием с параметрами, неизменными во времени. Под слабым сигналом понимается сигнал, имеющий отношение сигнал / шум, не превышающее 2.

Алгоритм обнаружения основывается на методах спектрального оценивания (преобразовании Фурье) с использованием спектральных окон (весовых функций во временной области).

Известно, что спектр гармонической составляющей сигнала, представленного конечным числом значений, определяется сверткой дельта-функции и спектра спектрального окна, что совпадает с самим спектром спектрального окна. При наличии аддитивной помехи, а также зависимости параметров колебания от времени или не гармонического характера колебания, сигнал имеет спектр, полученный с помощью того же спектрального окна, отличный от спектра гармонической составляющей. В частности могут отличаться главные лепестки спектров.

Разработанный авторами алгоритм обнаружения включает в себя процедуру двухэтапного принятия решения: 1) оценка значения сигнал/шум; 2) исследование формы главных лепестков сигнала и используемого спектрального окна на эквивалентной полосе частот. Оценка близости форм главных лепестков (этап 2) основывается на линейной аппроксимации зависимости среднего значения модулей отклонений главных лепестков на равномерной сетке покрывающей долю эквивалентной полосу частот от величины доли эквивалентной полосы частот. При этом, зависимость среднего значения модулей отклонений рассматривается на диапазоне 0,5 - 1,0 величины долей эквивалентной полосу частот. Доли эквивалентной полосы частот покрывают диапазон частот симметричный относительно частоты соответствующей максимуму главного лепестка. Предлагаемый алгоритм позволяет принимать/отвергать решение о том, что обнаружена устойчивая гармоническая составляющая сигнала. Исследование показало, что при слабом гармоническом сигнале (отношение сигнал/шум меньше единицы) алгоритм неплохо распознает устойчивую гармоническую составляющую.

Оглавление

XXXIV

Дальневосточная математическая школа-семинар

имени академика Е.В. Золотова

«Фундаментальные проблемы математики и информационных наук»

(Хабаровск, 25–30 июня 2009 г.)

тезисы докладов

Отпечатано с оригинал-макета, изготовленного в Хабаровском отделении

Института прикладной математики ДВО РАН

Ответственный за выпуск Син А.З.

Компьютерная верстка Луковенко С.А., Романов М.А.

Подписано в печать 15.05.2009 г. Формат 60 × 84/16

Усл.-печ. л. 11,5

Тираж 200 экз. Заказ № 147

Издательство Тихоокеанского государственного университета

680035, Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136

Отдел оперативной полиграфии издательства

Тихоокеанского государственного университета

680035, Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136